

1. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?

- ① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2, b = 3$
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

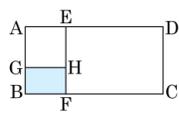
해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

2. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

3. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a+2)x^3 + (ab+2)x^2 + (2a+2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{이므로} \\ & ab + 2 = 0, a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

4. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

5. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다. $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

6. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x-1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

8. 임의의 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때, $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

- ① 56 ② 28 ③ -28 ④ -46 ⑤ -56

해설

a, b, c, d 는 $2x^3 - 5x + 2$ 를 $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 2 & 0 & -5 & 2 \\
 & & -2 & 2 & 3 \\
 \hline
 -1 & 2 & -2 & -3 & 5 \leftarrow d \\
 & & -2 & 4 & \\
 \hline
 -1 & 2 & -4 & 1 & \leftarrow c \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 -1 & 2 & -6 & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & &
 \end{array}$$

$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$

9. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + y$

② $-x - y$

③ $x + y - 2$

④ $x - y$

⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\ &= (x + y)^2 - 2(x + y) \\ &= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\ &= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

10. $x^4 - 8x^2 - 9$ 를 x 에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

- ① 정수 ② 유리수 ③ 무리수
④ 실수 ⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 8x^2 - 9 &= (x^2 - 9)(x^2 + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x^2 + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x + i)(x - i)\end{aligned}$$

∴ 복소수

11. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= (x - (y - 2))(2x + (3y + 1)) \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore & a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

12. 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$ 라 하자. $f(0)$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$x - 1$ 이 최대 공약수라면 두 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.
 $A: x^2 + 3x + a$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$
 $B: x^2 - 3x + b$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $1 - 3 + b = 0 \therefore b = 2$
 $A: x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$
 $B: x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$
최소공배수 $f(x) = (x - 1)(x + 4)(x - 2)$ 가 된다.
 $f(0) = (-1) \cdot (4) \cdot (-2) = 8$

13. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+2$ 이고 최소공배수가 x^3+x^2-4x-4 이다. $A+B=ax^2+bx+c$ 를 만족하는 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}x^3+x^2-4x-4 &= (x+2)(x+1)(x-2) \\ \text{두 다항식은 각각 } &(x+2)(x+1), (x+2)(x-2) \\ A+B &= (x+2)(x-2) + (x+2)(x+1) \\ &= 2x^2+3x-2 = ax^2+bx+c \\ \therefore a=2, b=3, c &= -2 \\ \therefore a+b+c &= 3\end{aligned}$$

14. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 8$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수는 $ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

두 식 A, B 의 최대공약수를 G 라 하면

$$A = Ga, B = Gb(a, b \text{는 서로소})$$

$$A + B = (a + b)G = 2(x + 2)(x - 2)$$

$$L = abG = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

$$\therefore G = x + 2$$

15. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은?

- ① 2^n ② 2^{n+1} ③ 2^{n+2} ④ 2^{n+3} ⑤ 2^{n+4}

해설

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= A, (a-b)^n = B \\(\text{준식}) &= (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2) \\&= 4AB \\&= 4\{(a+b)(a-b)\}^n \\&= 4 \times 2^n \\&= 2^{n+2}\end{aligned}$$

16. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$ ② $x^2 + y^2 = 6$ ③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$ ⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서
 $14 = 2^3 - 3xy \times 2$

$\therefore xy = -1$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $ax + b(a \neq 0)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 한다. $xf(x)$ 를 $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ① $\frac{bR}{a}$ ② $\frac{b}{Ra}$ ③ $-\frac{b}{a}R$ ④ $\frac{aR}{b}$ ⑤ $-\frac{aR}{b}$

해설

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \\
 &= a\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R \\
 \therefore x \cdot f(x) &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + Rx \\
 &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R\left(x + \frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}R \\
 &= \left(x + \frac{b}{a}\right)\{axQ(x) + R\} - \frac{b}{a}R
 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 몫은 $axQ(x) + R$
 나머지는 $-\frac{bR}{a}$

해설

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \text{에서} \\
 \text{나머지 정리에 의해 } f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R \\
 x \cdot f(x) &= \left(x + \frac{b}{a}\right)Q'(x) + R' \text{이라 하면} \\
 \text{나머지 정리에 의해 } -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R' \\
 f\left(-\frac{b}{a}\right) = R \text{를 대입하면 } R' &= -\frac{b}{a}R
 \end{aligned}$$

18. $a + b + c = 0$ 일 때, 다음 중 $2a^2 + bc$ 와 같은 것은?

① $(a - c)^2$

② $(b + c)^2$

③ $(a + b)(b + c)$

④ $(a - b)(a - c)$

⑤ $(a - b)(a + c)$

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 + bc &= 2a^2 - b(a + b) \quad (\because c = -a - b) \\ &= 2a^2 - ab - b^2 \\ &= (a - b)(2a + b) \\ &= (a - b)(a + b + a) \\ &= (a - b)(a - c) \quad (\because a + b = -c) \end{aligned}$$

19. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2007)}$$
$$= \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{2007}}{x-2007}$$

이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ 1997
④ 0 ⑤ -1997

해설

우변을 통분하면

$$\frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007})x^{2006} + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2007)}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2007)}$$

주어진 등식은 항등식이므로 분자의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007} = 0$$

20. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x^2+1 로 나누면 나누어 떨어지고, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지는 5이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $(x^2+1)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

- ① $\frac{1}{2}(x^2+1)$ ② $\frac{1}{3}(x^2+1)$ ③ $\frac{1}{5}(x^2+1)$
④ $2x^2-3x+1$ ⑤ $\frac{2}{3}x^2-x+\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2+1)Q_1(x) \\ f(x) &= (x-3)Q_2(x)+5 \\ \therefore f(3) &= 5 \\ f(x) &= (x^2+1)(x-3)Q_3(x)+ax^2+bx+c \\ &= (x^2+1)(x-3)Q_3(x)+a(x^2+1) \\ (\because f(x) \text{는 } x^2+1 \text{로 나누어 떨어지므로}) \\ &= (x^2+1)((x-3)Q_3(x)+a) \\ x=3 \text{을 대입하면 } f(3) &= 10a=5 \\ \therefore a &= \frac{1}{2} \text{ 이고 나머지는 } \frac{1}{2}(x^2+1) \end{aligned}$$