1. $\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$ 은?

① 62500 ② 1000 ③ 500

④ 250 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2-248^2} &= \frac{1000\cdot 1000}{(252+248)(252-248)}\\ &= \frac{1000}{500}\cdot\frac{1000}{4}\\ &= 500\end{aligned}$$

2. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$(x-3)^2 = (2i)^2$ $\therefore\ x^2 - 6x = -13$

$x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$

$\therefore\ -23$

3. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

4. $-2 \le x \le 3$에서 $y = x^2 - 2x - 2$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3 ② 7 ③ −2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x-1)^2 - 3$이고 꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 범위에 포함되므로
$x = 1$에서 최솟값을 $x = -2$에서 최댓값을 갖는다.
(최댓값)$=(-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$
(최솟값)$=-3$

5. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3개)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$이다.

6. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-5>3-2x \\ 2(x-3)\le x+4 \end{cases}$$

① $2 \le x < 10$ ② $2 < x \le 10$ ③ $2 < x < 10$

④ $2 \le x \le 10$ ⑤ $x \le 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots\cdots$ ㉠
두 번째 부등식에서 $2x - 6 \le x + 4$
$\therefore x \le 10 \cdots\cdots$ ㉡
따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore 2 < x \le 10$

7. 세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b, -2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC의 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, $a-b$는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b, -2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC의 무게중심의 좌표가 (1, 2)이므로,

$\frac{2+3+b}{3}=1$에서 $b=-2$

$\frac{a+4-2}{3}=2$에서 $a=4$

$\therefore\ a-b=6$

8. 방정식 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $\mathrm{C}(a,b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a+b+r$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+y^2-2x+4y+1=0$
$(x-1)^2+(y+2)^2=-1+1+4$
$(x-1)^2+(y+2)^2=2^2$ 이므로
$\therefore \mathrm{C}(1,\ -2),\ r=2 \quad \therefore a+b+r=1$

9. 다음 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

(1) $f(2a-x, y)=0$ 은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 $\square$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
(2) $f(x, 2b-y)=0$ 은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 $\square$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
(3) $f(2a-x, 2y-b)=0$ 은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 $\square$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
(4) $f(-y, -x)=0$ 은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 $\square$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

① 직선 $x=a$, 직선 $y=b$, 점 $(a,\ b)$, 직선 $y=-x$
② 직선 $x=a$, 직선 $y=-x$, 점 $(a,\ -b)$, 직선 $y=b$
③ 점 $(a,\ b)$, 직선 $y=b$, 직선 $x=a$, 직선 $y=-x$
④ 직선 $x=a$, 점 $(a,\ b)$, 직선 $y=b$, 직선 $y=-x$
⑤ 점 $(a,\ b)$, 직선 $x=a$, 직선 $y=b$, 직선 $y=-x$

해설

(1) $f(x,\ y)=0$ 의 x 대신 $2a-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $x=a$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
(2) $f(x,\ y)=0$ 의 y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 직선 $y=b$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
(3) $f(x,\ y)=0$ 의 x 대신 $2a-x$, y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 점 $(a,\ b)$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
(4) $f(x,\ y)=0$ 의 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

10. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$ 상수항은 -1

11. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$　② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$　④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

12. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$　　② $x + 3$

③ $x^2 + 1$　　④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$

$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

13. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

x^2-2x-y^2+2y
$=(x^2-y^2)-2(x-y)$
$=(x+y-2)(x-y)$
$=(x+ay)(x-by+c)$
계수를 비교하면
$a=-1, b=-1, c=-2$
$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

14. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$ ④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면
$f(1) = 0,\ f(2) = 0,\ f(3) = 0$이므로
(준식)$= (x-1)(x-2)(x-3)$

15. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$의 해가 $-2 < x < 1$일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$을 만족하는 한 자리의 자연수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
$b = a, c = -2a \cdots$(가)
(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
$-2ax^2 - ax - a > 0$, $2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
$2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \cdots, 9$의 9개이다.

16. 다음 ㅁ안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2-\boxed{\text{(가)}}a+\boxed{\text{(나)}}(b-c) \\ &= \boxed{\text{(다)}}\{a^2-\boxed{\text{(라)}}a+\boxed{\text{(나)}}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}} \end{aligned}$$

① (가) (b^2-c^2) ② (나) bc ③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$ ⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2+b^2c-ab^2+c^2a-bc^2 \\ &= (b-c)a^2-\boxed{(b^2-c^2)}a+\boxed{bc}(b-c) \\ &= \boxed{(b-c)}\{a^2-\boxed{(b+c)}a+\boxed{bc}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)} \end{aligned}$$

17. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$\leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\ \text{가}\ )$$
$$\leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\ \text{나}\ )}{4a^2}$$
$$\leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\ \text{다}\ )}{2a}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
② $\frac{b}{2a}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
③ $\frac{b}{2a}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
④ $\frac{b^2}{4a^2}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
⑤ $\frac{b}{a}$, $\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac$, $\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $(x+\frac{b}{2a})^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

19. 이차방정식 $(2-\sqrt{3})x^2-2(\sqrt{3}-1)x-6=0$의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2+\sqrt{3}$을 곱하면

$x^2-2(\sqrt{3}+1)x-(12+6\sqrt{3})=0$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$x=(\sqrt{3}+1)\pm\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2+12+6\sqrt{3}}$

$=(\sqrt{3}+1)\pm 2\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$=(\sqrt{3}+1)\pm 2(\sqrt{3}+1)$

$\therefore\ x=3\sqrt{3}+3$ 또는 $x=-\sqrt{3}-1$

큰 근은 $3\sqrt{3}+3$

그런데 $\sqrt{3}\fallingdotseq 1.7\cdots$ 이므로

가장 가까운 정수는 8이다.

20. $x^2-2x+3=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x^2-2x+3=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$

$(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$

$=\alpha^2\beta^2-2\alpha^2\beta-2\alpha\beta^2+4\alpha\beta$

$=(\alpha\beta)^2-2\alpha\beta(\alpha+\beta)+4\alpha\beta$

$=9-6\cdot 2+12=9$

21. 이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $0 \le k < 7$　② $-1 \le k \le 2$　③ $-5 \le k \le -2$

④ $-7 < k \le -1$　⑤ $-7 < k \le -3$

해설

이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$ 의
두 근이 모두 1 보다 크므로
$f(x)=x^2+2kx+6-k$ 로 놓으면
(i) $D \ge 0$ 이므로
$k^2+k-6 \ge 0$
$(k+3)(k-2) \ge 0$
$\therefore k \le -3, k \ge 2$
(ii) $x^2+2kx+6-k=(x+k)^2+6-k-k^2$ 에서
$-k > 1$
$\therefore k < -1$
(iii) $f(1) > 0$ 이므로
$1+2k+6-k > 0$
$\therefore k > -7$
따라서 (i), (ii), (iii) 에서
$\therefore -7 < k \le -3$

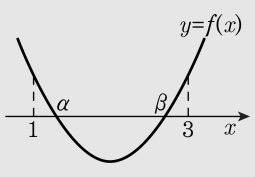
22. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면
$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \dfrac{13}{3}$

$\therefore\ a < \dfrac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이
$x = \dfrac{a}{2}$ 이므로 $1 < \dfrac{a}{2} < 3$
$\therefore\ 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \dfrac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \dfrac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

23. 다음은 직선 $x+ay+b=0$이 제 1, 3, 4사분면을 지날 때, ab의 부호를 조사하는 과정이다.

$a=0$이면 주어진 직선이 제 1, 3, 4사분면을 지날 수 없으므로 $a\neq 0$이다. 이 때, 직선 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$에서 (기울기) (ㄱ) 0 ($y$ 절편) (ㄴ) 0 a (ㄷ) 0 b (ㄹ) 0 이므로 따라서 ab (ㅁ) 0

위의 (ㄱ) ~(ㅁ) 의 부호가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (ㄱ): $>$ ② (ㄴ) : $<$ ③ (ㄷ) : $<$

④ (ㄹ) : $<$ ⑤ (ㅁ) : $<$

해설

직선 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$ 의 그래프가
제 1, 3, 4 사분면을 지나려면
기울기는 양수, y 절편은 음수이어야 한다.

(기울기)$=-\frac{1}{a}>0$

(y 절편)$=-\frac{b}{a}<0$

$a<0,\ b<0$이므로 $ab>0$

24. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

세 수를 x, y, z라 하면 주어진 조건으로부터

$x+y+z=0 \cdots\cdots$ ㉠

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{2} \cdots\cdots$ ㉡

$x^2+y^2+z^2=1 \cdots\cdots$ ㉢

$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$ 이므로

㉠, ㉢에서 $0^2=1+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xy+yz+zx=-\frac{1}{2} \cdots\cdots$ ㉣

㉡에서 $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{3}{2}$ 이므로

$3xyz=2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xyz=-\frac{1}{3}$

또, $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

㉠에서 $x+y+z=0$이므로

$x^3+y^3+z^3=3xyz=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

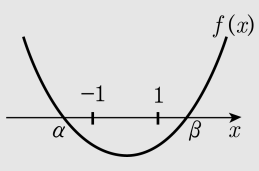
25. 방정식 $x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1 보다 작고 다른 한 근은 1 보다 클 때, 실수 p의 값의 범위는 ?

① $p > -2$　② $p > -1$　③ $p < -2$

④ $p < -1$　⑤ $p < 1$

해설

$f(x) = x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면



(i) $f(-1) = p + 2 < 0$　$\therefore p < -2 \cdots$ ①

(ii) $f(1) = 3p + 2 < 0$　$\therefore p < -\frac{2}{3} \cdots$ ②

①, ② 에서 $p < -2$