

1. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

2. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -4$$

$$x^2 - 6x - 10 = -4 - 10 = -14$$

$$\therefore -14$$

3. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$

㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$

㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

4. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3

② 7

③ -2

④ 0

⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$(\text{최댓값}) = (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$$

$$(\text{최솟값}) = -3$$

5. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 3 < 7 \\ 5x + 4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3 개)

① -2

② -1

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x - 3 < 7 \\ 5x + 4 \geq x \end{cases}$$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

6. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x - 3) \leq x + 4 \end{cases}$$

① $2 \leq x < 10$

② $2 < x \leq 10$

③ $2 < x < 10$

④ $2 \leq x \leq 10$

⑤ $x \leq 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

두 번째 부등식에서 $2x - 6 \leq x + 4$

$\therefore x \leq 10 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서, 구하는 해는 $\textcircled{\text{㉠}}$ 과 $\textcircled{\text{㉡}}$ 를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore 2 < x \leq 10$

7. 세 점 $A(2, a)$, $B(3, 4)$, $C(b, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 $(1, 2)$ 일 때, $a - b$ 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

세 점 $A(2, a)$, $B(3, 4)$, $C(b, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 $(1, 2)$ 이므로,

$$\frac{2 + 3 + b}{3} = 1 \text{에서 } b = -2$$

$$\frac{a + 4 - 2}{3} = 2 \text{에서 } a = 4$$

$$\therefore a - b = 6$$

8. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -1 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore C(1, -2), r = 2 \quad \therefore a + b + r = 1$$

9. 다음 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- (1) $f(2a - x, y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
- (2) $f(x, 2b - y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
- (3) $f(2a - x, 2y - b) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
- (4) $f(-y, -x) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

- ① 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 점 (a, b) , 직선 $y = -x$
- ② 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$, 점 $(a, -b)$, 직선 $y = b$
- ③ 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$
- ④ 직선 $x = a$, 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$
- ⑤ 점 (a, b) , 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$

해설

- (1) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a - x$ 를 대입한 것이므로 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- (2) $f(x, y) = 0$ 의 y 대신 $2b - y$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- (3) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a - x$, y 대신 $2b - y$ 를 대입한 것이므로 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- (4) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

10. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$ 상수항은 -1

11. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

12. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

13. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

14. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

15. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$

해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,

즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면

$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이

$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$b = a, c = -2a \cdots$ (가)

(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면

$-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$

이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로

$2x^2 + x + 1 > 0$ 은

모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

따라서 주어진 부등식을 만족하는

한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 개이다.

16. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{(가)}}a + \boxed{\text{(나)}}(b-c) \\
 &= \boxed{\text{(다)}} \{a^2 - \boxed{\text{(라)}}a + \boxed{\text{(나)}}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}}
 \end{aligned}$$

① (가) $(b^2 - c^2)$

② (나) bc

③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$

⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)}a + \boxed{bc}(b-c) \\
 &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)}a + \boxed{bc}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
 \end{aligned}$$

17. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c = 0 &\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \\
 &\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + (\quad) = -\frac{c}{a} + (\text{가}) \\
 &\leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{(\text{나})}{4a^2} \\
 &\leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{(\text{다})}{2a}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}, b^2 - 4ac, \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 ② $\frac{b}{2a}, \sqrt{b^2 - 4ac}, b^2 - 4ac$
 ③ $\frac{b}{2a}, b^2 - 4ac, \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 ④ $\frac{b^2}{4a^2}, \sqrt{b^2 - 4ac}, b^2 - 4ac$
 ⑤ $\frac{b}{a}, \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac, \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $(x + \frac{b}{2a})^2 =$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$(나) -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$(다) \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

19. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$

$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$

큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$

그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7\cdots$ 이므로

가장 가까운 정수는 8이다.

20. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

21. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k < 7$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $-5 \leq k \leq -2$

④ $-7 < k \leq -1$

⑤ $-7 < k \leq -3$

해설

이차방정식 $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$ 의

두 근이 모두 1보다 크므로

$f(x) = x^2 + 2kx + 6 - k$ 로 놓으면

(i) $D \geq 0$ 이므로

$$k^2 + k - 6 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3, k \geq 2$$

(ii) $x^2 + 2kx + 6 - k = (x + k)^2 + 6 - k - k^2$ 에서

$$-k > 1$$

$$\therefore k < -1$$

(iii) $f(1) > 0$ 이므로

$$1 + 2k + 6 - k > 0$$

$$\therefore k > -7$$

따라서 (i), (ii), (iii) 에서

$$\therefore -7 < k \leq -3$$

22. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

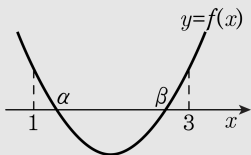
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

23. 다음은 직선 $x + ay + b = 0$ 이 제 1, 3, 4사분면을 지날 때, ab 의 부호를 조사하는 과정이다.

$a = 0$ 이면 주어진 직선이 제 1, 3, 4사분면을 지날 수 없으므로 $a \neq 0$ 이다.

이 때, 직선 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 에서

(기울기) (㉠) 0

(y 절편) (㉡) 0

a (㉢) 0

b (㉣) 0 이므로 따라서 ab (㉤) 0

위

의 (㉠) ~ (㉤)의 부호가 옳지 않은 것은?

① (㉠): >

② (㉡): <

③ (㉢): <

④ (㉣): <

⑤ (㉤): <

해설

직선 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 의 그래프가

제 1, 3, 4 사분면을 지나려면

기울기는 양수, y 절편은 음수이어야 한다.

(기울기) = $-\frac{1}{a} > 0$

(y 절편) = $-\frac{b}{a} < 0$

$a < 0$, $b < 0$ 이므로 $ab > 0$

24. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z 라 하면 주어진 조건으로부터

$$x + y + z = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ 이므로

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢} \text{에서 } 0^2 = 1 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$3xyz = 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xyz = -\frac{1}{3}$$

$$\text{또, } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } x + y + z = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

25. 방정식 $x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1 보다 작고 다른 근은 1 보다 클 때, 실수 p 의 값의 범위는 ?

① $p > -2$

② $p > -1$

③ $p < -2$

④ $p < -1$

⑤ $p < 1$

해설

$f(x) = x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

(i) $f(-1) = p + 2 < 0 \therefore p < -2 \dots$

①

(ii) $f(1) = 3p + 2 < 0 \therefore p < -\frac{2}{3} \dots$ ②

①, ② 에서 $p < -2$

