

1. 72의 소인수를 모두 구하면?

① 8, 9

② 2, 3

③  $2^3, 3^2$

④ 11, 51

⑤ 2, 36

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$  이므로 소인수는 2와 3이다.  
 $\therefore 2, 3$

2. 세 수  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5$ ,  $2^3 \times 3^4 \times 5^3$  의 최대공약수는?

①  $2^3 \times 3^3 \times 5^2$       ②  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$       ③  $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④  $2^3 \times 3^2 \times 5$       ⑤  $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5$ ,  $2^3 \times 3^4 \times 5^3$  에서  
최대공약수:  $2^2 \times 3^2 \times 5$  (지수가 작은 쪽)

3. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장    ② 12 장    ③ 13 장    ④ 15 장    ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는  $24 \div 8 = 3$  (장), 세로는  $24 \div 6 = 4$  (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는  $3 \times 4 = 12$  (장)이다.

4. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

**해설**

두 자연수를  $A = 9 \times a$ ,  $B = 9 \times b$   
( $a < b$ ,  $a$ 와  $b$ 는 서로소)라 하면  
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$   
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$   
따라서  $A = 9$ ,  $B = 9 \times 5 = 45$  이다.

5. 두 분수  $\frac{1}{24}$ ,  $\frac{1}{36}$  중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

6. 어떤 수를 6으로 나누었더니 몫이 3이고 나머지가 3이었다. 이 수를 5로 나누었을 때의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

어떤 수를  $A$ 라 하면  $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$  이므로 몫이 4, 나머지가 1이다.  
따라서  $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

7. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

①  $2 \times 3^3$

②  $2^3 \times 7$

③  $2 \times 5^2$

④  $2^2 \times 13$

⑤  $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 52}$$

$$2 \overline{) 26}$$

$$13$$

$$52 = 2^2 \times 13$$

8. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024    ② 1280    ③ 1440    ④ 1680    ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$  이라 하면

가장 작은  $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서  $n$  은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수  $n$  은 1680 이다.

9. 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

**해설**

15 이하의 자연수 중에서 12와 최대공약수가 1인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13의 5개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수는 모두 5개이다.

10. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

- ① 4      ② 48      ③ 96      ④ 288      ⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \qquad \therefore 32 = 2^5 \qquad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

따라서 최소공배수는  $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

11. 세 자연수  $a, b, c$ 의 최소공배수가 120 일 때,  $a, b, c$ 의 공배수 중 500에 가장 가까운 수는?

- ① 360    ② 480    ③ 120    ④ 500    ⑤ 600

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 120의 배수 120, 240, 360, 480, 600, ... 중에서 500에 가장 가까운 수는 480이다.

12. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

- ① 사과 3개, 귤 2개, 배 4개      ② 사과 4개, 귤 2개, 배 6개  
③ 사과 3개, 귤 3개, 배 5개      ④ 사과 4개, 귤 3개, 배 5개  
⑤ 사과 3개, 귤 2개, 배 5개

해설

$48 = 2^4 \times 3$ ,  $36 = 2^2 \times 3^2$ ,  $60 = 2^2 \times 3 \times 5$   
48, 36, 60의 최대공약수는  $2^2 \times 3 = 12$   
따라서 사과 4개, 귤 3개, 배 5개이다.

13. 가로 길이가 720cm, 세로 길이가  $2^2 \times 3^2 \times 7$ cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

- ① 140개                      ② 160개                      ③ 180개  
④ 200개                      ⑤ 220개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$  이므로 두 수의 최대공약수는

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는

$$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140 \text{ (개) 이다.}$$

14. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

**해설**

구하는 수는  $25-1 = 24$ ,  $37-1 = 36$ ,  $61-1 = 60$  의 공약수이다. 따라서 구하고자 하는 수는 24, 36, 60 의 최대공약수의 약수와 같다.

$$2) \begin{array}{r} 24 \quad 36 \quad 60 \\ \hline 12 \quad 18 \quad 30 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 12 \quad 18 \quad 30 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 15 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 6 \quad 9 \quad 15 \\ \hline 2 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 가 될 수 있다.

15.  $273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 7      ⑤ 0

해설

$273^{100}$ 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

$273^{100}$ 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

$273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

16. 두 자연수  $x, y$ 에 대하여  $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때,  $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$$

$$(x+1) \times (y+1) = 18$$

$$18 = 2 \times 9 \text{ 또는 } 18 = 3 \times 6 \text{ 이므로}$$

$$x+1 = 2, y+1 = 9 \text{ 또는 } x+1 = 9, y+1 = 2 \text{ 일 때,}$$

$$x = 1, y = 8 \text{ 또는 } x = 8, y = 1$$

$$\text{그러므로 } x+y = 9$$

$$x+1 = 3, y+1 = 6 \text{ 또는 } x+1 = 6, y+1 = 3 \text{ 일 때,}$$

$$x = 2, y = 5 \text{ 또는 } x = 5, y = 2$$

$$\text{그러므로 } x+y = 7$$

17. 두 자연수  $a, b$ 의 최대공약수가  $2 \times 3^2$  일 때,  $a, b$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 6개

해설

$a, b$ 의 공약수는 최대공약수  $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수와 같으므로  
( $a, b$ 의 공약수의 개수)  
= (18의 약수의 개수)  
= ( $2 \times 3^2$ 의 약수의 개수)  
=  $(1 + 1) \times (2 + 1)$   
= 6(개)

18. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5일    ② 10일    ③ 15일    ④ 20일    ⑤ 35일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,  
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,  
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일  
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은  
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

19. 어떤 자연수를 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남고, 7로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207    ② 208    ③ 209    ④ 210    ⑤ 211

해설

5, 6, 7로 나누면 항상 2가 부족하므로 구하는 수를  $x$  라 하면  $x+2$ 는 5, 6, 7의 공배수이다.  
5, 6, 7의 최소공배수는 210이므로 210의 배수 중 가장 작은 수는 210이다.  
따라서  $x+2=210$ 이므로  $x=208$ 이다.

20.  $a$  이상  $b$  이하의 자연수 중에서 2 와 3 의 배수이면서 5 의 배수가 아닌 자연수의 갯수를  $n(a, b)$  로 나타낸다.  $n(100, b) = 1000$  일 때,  $n(1, b)$  를 구하여라.

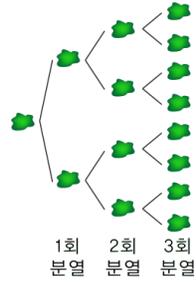
▶ 답 :

▷ 정답 : 1013

해설

$$\begin{aligned}n(1, b) &= n(1, 99) + n(100, b) \text{ 에서} \\n(1, 99) &= 16 - 3 = 13 \\ \therefore n(1, b) &= 13 + 1000 = 1013\end{aligned}$$

21. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바(처음 한마리부터 차례로 더한 수)가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



- ① 4 회    ② 5 회    ③ 6 회  
④ 7 회    ⑤ 8 회

**해설**

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는  $1 + 2 = 3$  (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여  $2 \times 2 = 4$  (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리 수는  $1 + 2 + 2^2 = 7$  (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$  (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리 수가 50 마리 이상이 된다.

22.  $\frac{252}{A} = B^2$  을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?

- ① 2      ② 3      ③ 6      ④ 8      ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$  이므로  $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$  을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때  $2 \times 3 = 6$  이다.

23. 75로 나누면 나누어 떨어지고, 1과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 75개인 최소의 자연수  $n$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 32400

해설

$N = a^m b^n c^l \dots$ 에서 양의 약수의 개수는  $(m+1)(n+1)(l+1) \dots$ 이고, 약수의 개수가  $75 = 3 \times 5 \times 5$  (개)이므로  $m, n, l$ 의 값은 차례로 2, 4, 4이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로,  $a, b, c$ 의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면  $N = 2^4 \times 3^4 \times 5^2$ 이고, 이 수는 75의 배수이므로 32400이 답이 된다.

24.  $n \times 5^2 \times 7^4$  의 약수의 개수가 105 개일 때,  $n$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,  
 $n = a^k$  라 두면,  
 $(k+1) \times 3 \times 5 = 105$   
 $\rightarrow k+1 = 7, k = 6$   
 $\therefore n$  의 최솟값 =  $2^6 = 64$

25. 차가 8 인 두 수의 최대공약수가 4, 최소공배수가 60 일 때 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

두 수를  $4 \times a, 4 \times b$  라 두면,  
 $4 \times a - 4 \times b = 8 \rightarrow a - b = 2$ ,  
 $4 \times a \times b = 60 \rightarrow a \times b = 15$ ,  
 $a = 5, b = 3$  이므로 두 수는 20, 12 이다.  
 $\therefore$  (두 수의 합) = 32