1. $\frac{x}{2\times3\times5^2}$를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 나타내면 $\frac{4}{y}$이다. 이때, $y-x$의 값은? (단, x는 $20<x<30$인 자연수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\frac{x}{150}=\frac{x}{2\times3\times5^2}=\frac{4}{y}$에서 유한소수이므로

x는 3의 배수이고, 기약분수이므로 8의 배수이다.

3과 8의 공배수인 24의 배수 중에서 20과 30사이의 수는 24이고,

이때, $y=25$이므로 $y-x=1$이다.

2. $b < a$ 인 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 는 기약분수이고, $\frac{10^3 b}{a}$ 는 자연수이다. a 에 해당하는 자연수로서 두 자리 자연수 중 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$\frac{b}{a}$ 는 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고,

$\frac{10^3 b}{a}$ 는 자연수이므로 a 는 10^3 의 약수이다.

따라서 a 를 소인수분해하면 $2^x \times 5^y$ (x, y 는 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

	2^0	2^1	2^2	2^3
5^0	1	2	4	8
5^1	5	10	20	40
5^2	25	50	100	200
5^3	125	250	500	1000

a 에 해당하는 자연수를 표로 나타내보면 아래와 같다. 따라서 두 자리 수 중 최댓값은 50 이고 최솟값은 10 이다.

$\therefore\ 50 + 10 = 60$

3. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리　② 5 자리　③ 6 자리

④ 7 자리　⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}53846\dot{} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

4. 3 의 배수가 아닌 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 를 $\frac{x}{3}$ 를 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.
이때 $\frac{f(1)}{f(2)}+\frac{f(4)}{f(5)}+\frac{f(7)}{f(8)}+\cdots+\frac{f(19)}{f(20)}+\frac{f(22)}{f(23)}+\cdots+\frac{f(88)}{f(89)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{1}{3}=0.33333...=0.\dot{3}, \quad f(1)=3$

$\frac{2}{3}=0.666666...=0.\dot{6}, \quad f(2)=6$

$\frac{4}{3}=1.33333...=1.\dot{3}, \quad f(4)=3$

$\frac{5}{3}=1.66666...=1.\dot{6}, \quad f(5)=6$ 이므로

$\frac{f(1)}{f(2)}+\frac{f(4)}{f(5)}+\frac{f(7)}{f(8)}+\cdots+\frac{f(19)}{f(20)}+\frac{f(22)}{f(23)}+\cdots+\frac{f(88)}{f(89)}$ 은 분모가 6 이고 분자가 3 인 수들의 합이다.

$89=3\times30-1$ 이므로

구하는 값은 $\frac{1}{2}\times30=15$

5. $0.3\dot{4}-0.\dot{1}=\dfrac{7}{a}$, $3.0\dot{5}\times 0.\dot{4}\dot{5}=\dfrac{25}{b}$ 일 때, $\dfrac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

① $1.\dot{2}$ ② $1.\dot{3}$ ③ $1.\dot{4}$ ④ $1.\dot{5}$ ⑤ $1.\dot{6}$

해설

$$0.3\dot{4}-0.\dot{1}=\frac{34-3}{90}-\frac{1}{9}=\frac{31}{90}-\frac{10}{90}$$
$$=\frac{21}{90}=\frac{7}{30} \quad \therefore\ a=30$$
$$3.0\dot{5}\times 0.\dot{4}\dot{5}=\frac{275}{90}\times\frac{45}{99}=\frac{25}{18} \quad \therefore\ b=18$$
$$\therefore\ \frac{a}{b}=\frac{30}{18}=\frac{15}{9}=1.\dot{6}$$

6. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B-D)\times(C-A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6
9	5	1
4	3	8

A (3^2)	3^7	3^6
B (3^9)	3^5	3
3^4	C (3^3)	D (3^8)

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다.
(왼쪽 마방진)
밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.
따라서 $A(3^2)$, $B(3^9)$, $C(3^3)$, $D(3^8)$ 이다.

$\therefore (B-D)\times(C-A)$
$= (3^9-3^8)\times(3^3-3^2)$
$= (3\times3^8-3^8)\times(3\times3^2-3^2)$
$= (2\times3^8)\times(2\times3^2)$
$= 4\times3^{10}$
$= 236196$

7. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$을 만족하는 x 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$

$2^{5x} = 2^{x+4}$

$\therefore x = 1$

8. 다음 식에서 $A+B+C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$

$(-4)^Ax^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4y^2 = 8x^Cy$

$(-4)^A \times 2 \div 4 = 8 \quad \therefore A = 2$

$x^{3A} \times x \div x^4 = x^C$

$x^6 \times x \div x^4 = x^C \quad \therefore C = 3$

$y^B \div y^2 = y \quad \therefore B = 3$

$\therefore A+B+C = 2+3+3 = 8$

9. $7x+5 \geq 9x \square 3$ 의 부등식이 있다. 미혜는 빈칸의 부호를 잘 못 봐서 $x \leq 4$ 로 답을 구했다고 한다. 올바르게 보았다고 할 때 조건을 만족하는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$7x-9x \geq \square 3-5$ 이므로

$-2x \geq \square 3-5$

$x \leq -\frac{1}{2}(\square 3-5)=4$

미혜는 빈칸의 부호를 $-$로 잘못보았다.

원래의 부호는 $+$ 이다.

$7x+5 \geq 9x+3$ 이 되므로

$7x-9x \geq 3-5$

$-2x \geq -2$

$x \leq 1$

조건을 만족하는 자연수는 1 이다.

그러므로 자연수의 합은 1 이다.

10. 어떤 수 x 를 소수 둘째 자리에서 반올림한 값이 2.6 일 때, $2x+\frac{3}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$2.55 \le x < 2.65$

각 변에 2 를 곱하면 $5.1 \le 2x < 5.3$

각 변에 $\frac{3}{2}$ 을 더하면 $6.6 \le 2x+\frac{3}{2} < 6.8$

따라서 $2x+\frac{3}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값은 7

11. x 에 관한 일차부등식 $-5x \geq b - 3ax$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 일 때, $2a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{10}{3}$

해설

$(-5 + 3a)x \geq b$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 로 부등호 방향이 바뀌지 않았으므로

$-5 + 3a > 0$

$\therefore a > \frac{5}{3}$

부등식의 양변을 $-5 + 3a$ 로 나누면

$x \geq \frac{b}{-5 + 3a}$ 이고, 이 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 이므로

$\frac{b}{-5 + 3a} = -\frac{1}{3}$

$-3b = 3a - 5, 3a + 3b = 5$ 이므로 $a + b = \frac{5}{3}$

$\therefore 2a + 2b = \frac{10}{3}$

12. 부등식 $ax+a-b<0$ 의 해가 $x<1$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x>a+b$ 를 풀면?

① $x>2$　② $x>1$　③ $x<-1$

④ $x<-2$　⑤ $x<-3$

해설

$ax<-a+b$

$x<\dfrac{-a+b}{a}=1\ (\because a>0)$

$-a+b=a,\ -2a=-b,\ 2a=b$

$(a-2b)x>a+b,\ (a-4a)x>a+2a$

$-3ax>3a$

$\therefore x<-1(\because -3a<0)$

13. 어느 이동통신사에는 요금제 A 와 요금제 B 가 있다. 요금제 A 는 기본요금 16000 원에 10 초당 통화요금은 18 원이고, 요금제 B 는 기본요금 12000 원에 10 초당 통화요금은 x 원이다. 한 달에 70 분 통화하는 사람은 요금제 B 가 유리하고, 한 달에 90 분 통화하는 사람은 요금제 A 가 유리할 때, x 의 범위 $a < x < b$ 에 대하여, a, b 를 소수 첫째 자리에서 반올림하여 나타내어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 25$

▷ 정답: $b = 28$

해설

70분 = 4200초, 90분 = 5400초

1) 한 달에 70 분 통화하는 사람의 경우

(요금제 A)$= 16000 + 420 \times 18 = 23560$

(요금제 B)$= 12000 + 420x$

따라서 $23560 > 12000 + 420x$

$\therefore\ x < \dfrac{578}{21} = 27.5\cdots$

2) 한 달에 90 분 통화하는 사람의 경우

(요금제 A)$= 16000 + 540 \times 18 = 25720$

(요금제 B)$= 12000 + 540 \times x$

따라서 $25720 < 12000 + 540 \times x$

$\therefore\ x > \dfrac{686}{27} = 25.4\cdots$

따라서 $25.4\cdots < x < 27.5\cdots$ 이므로

$a = 25,\ b = 28$ 이다.

14. 농도가 다른 두 개의 소금물이 담겨있는 비커 A, B 가 있다. A 를 100g, B 를 200g 섞으면, 4% 의 소금물이 되고, A 를 300g, B 를 150g 섞으면 6% 의 소금물이 된다. A, B 소금물을 섞어서 5% 이상인 소금물을 400g 을 만들려고 한다면, A 소금물은 최소 몇 g 이상을 섞어야 하겠는가?

▶ 답 : g

▷ 정답 : 200 g

해설

A 의 농도 : a, B 의 농도 : b 라 하면

$\frac{a}{100} \times 100 + \frac{b}{100} \times 200 = \frac{4}{100} \times 300 \cdots$㉠

$\frac{a}{100} \times 300 + \frac{b}{100} \times 150 = \frac{6}{100} \times 450 \cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a = 8, b = 2$

구하려는 소금물을 x라 하면

$\frac{8}{100}x + \frac{2}{100}(400 - x) \geq \frac{5}{100} \times 400$

$\therefore\ x \geq 200$

15. $a\%$ 의 소금물 200g 과 $b\%$ 의 소금물 300g 을 혼합하여 12% 의 소금물을 만들었다. b 는 a 보다 클 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라. (단, a, b 는 정수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$\frac{a}{100} \times 200 + \frac{b}{100} \times 300 = \frac{12}{100} \times 500$

$2a + 3b = 60$

a, b 가 모두 정수이므로 (a, b) 의 순서쌍 $(3, 18)$, $(6, 16)$, $(9, 14)$, $(12, 12)$, $\cdots$ 이므로

조건에 맞는 a 의 최댓값은 9, 최솟값은 14 이다.

$\therefore a + b = 9 + 14 = 23$

16. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{yz}{y+z}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{zx}{z+x}=\dfrac{1}{7} \end{cases}$ 에서 xyz의 값을 구하면?

① $-\dfrac{1}{6}$ ② -12 ③ -3 ④ $-\dfrac{1}{12}$ ⑤ $-\dfrac{1}{2}$

해설

준식의 역수를 취하면

$\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2,$

$\dfrac{y+z}{yz}=\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=3,$

$\dfrac{x+z}{xz}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=7$

위 세 식의 합을 구하면

$\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)\times 2=12$ 이고,

$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=6$ 이다.

각각의 식을 빼서 역수를 취하면

$x=\dfrac{1}{3}, y=-1, z=\dfrac{1}{4}$ 이고,

$\therefore\ xyz=-\dfrac{1}{12}$

17. 연립방정식 $\begin{cases} 0.ax + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \dfrac{b}{5}y = 0.5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\begin{cases} 0.ax + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \dfrac{b}{5}y = 0.5 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} ax + 8y = 20 \\ 3x + 2by = 5 \end{cases}$

$\dfrac{a}{3} = \dfrac{8}{2b} = \dfrac{20}{5}, \dfrac{a}{3} = \dfrac{4}{b} = 4, a = 12, b = 1$

$\therefore ab = 12$

18. 두 방정식 $2x+3y=1$, $\frac{x+5}{6}=\frac{3-y}{4}$를 동시에 만족하는 x의 값의 개수를 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 무수히 많다.

해설

$\frac{x+5}{6}=\frac{3-y}{4}$, $2x+3y=1$
$2x+3y=-1$
∴ 두 방정식을 동시에 만족하는 x의 값은 없다.

19. 네 자리 자연수 $abcd$ 가 있다. 두 자리 수 ab 에 11 을 더해 $a'b'$ 이라 하고 두 자리 수 cd 에 11 을 빼서 $c'd'$ 이라 하여 만든 수 $c'd'a'b'$ 는 원래 수 $abcd$ 보다 3267 만큼 작다. 또, 두 자리 수 ab 를 4 로 나눈 값은 두 자리 수 cd 를 2 로 나눈 값보다 10 만큼 작다. 이러한 네 자리 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8462

해설

$x = 10a + b,\ y = 10c + d$ 라 가정하면 $abcd = 100x + y$ 이므로
$c'd'a'b' = 100(y - 11) + x + 11$
네 자리 자연수 $c'd'a'b'$ 는 $abcd$ 보다 3267 만큼 작으므로
$100(y - 11) + x + 11 = 100x + y - 3267$
$\therefore\ x - y = 22$
또, ab 를 4 로 나눈 값은 두 자리 수 cd 를 2 로 나눈 값보다 10 만큼 작으므로
$\frac{x}{4} = \frac{y}{2} - 10$
$\therefore\ 2y - x = 40$
따라서 $x = 84,\ y = 62$, 네 자리 자연수는 8462 이다.

20. 속리산 일대를 며칠 동안 38 인승 관광버스 1 대를 빌려 여행을 하려고 하는데 현재 신청한 사람 중에서 4 명이 취소하면 나머지 사람들이 버스 대여료로 1 만 원씩 더 내고, 현재 신청한 사람보다 6 명이 더 신청하면 1 만 원씩 적게 낸다고 한다. 현재 신청한 사람은 모두 몇 명인가?

① 20 명 ② 24 명 ③ 26 명 ④ 30 명 ⑤ 36 명

해설

현재 신청한 사람 수를 x 명, 버스 대여료를 y 원, 1 인당 내는 버스 대여료를 a 만 원이라 하면

$y = ax$, $y = x(a+1) - 4(a+1)$,

$y = x(a-1) + 6(a-1)$ 이므로

$ax = x(a+1) - 4(a+1) = x(a-1) + 6(a-1)$

$$\begin{cases} ax = x(a+1) - 4(a+1),\ x - 4a = 4 & \cdots ㉠ \\ ax = x(a-1) + 6(a-1),\ -x + 6a = 6 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립

하여 풀면 $x = 24$, $a = 5$

따라서 현재 신청한 사람은 모두 24 명이다.

21. A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 두 계단씩 올라가고 진 사람은 한 계단씩 내려가기로 하였다. 이 게임이 끝났을 때, 처음보다 A 는 25 계단, B 는 4 계단 올라가 있었다. B 가 이긴 횟수는? (단, 비긴 경우는 없다.)

① 11회 ② 12회 ③ 13 회 ④ 14 회 ⑤ 15 회

해설

A 가 진 횟수를 x , 이긴 횟수를 y 라고 하면 B 가 이긴 횟수는 x , 진 횟수는 y 이다.

$$\begin{cases} -x+2y=25 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

$\therefore x=11,\ y=18$

22. 함수 $f(x)=ax+1-(a-x)$, $f(2)=-1$일 때, $3f(1)-2f(-2)=2f(k)$를 만족하는 k에 대하여 $3k$의 값은?(단, a는 상수)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$f(x)=ax+1-a+x=(a+1)x+1-a$
$f(2)=-1$에서 $a+3=-1$
$\therefore a=-4$
따라서 $f(x)=-3x+5$이므로
$3f(1)-2f(-2)=3\times 2-2\times 11=-16$
$2f(k)=-6k+10$이므로
$-6k+10=-16$
$\therefore k=\dfrac{13}{3},\ 3k=13$

23. 직선 $y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지날 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

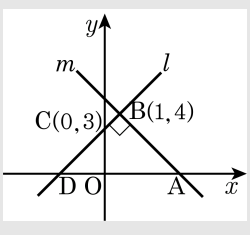
$y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
$y = p(x-1) + 2p - 1$ 이므로 $y = px + p - 1$
또, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -px + p - 1$
이 그래프가 원점을 지나면 y 절편이 0 이 되어야 하므로 $0 = p - 1$
$\therefore\ p = 1$

24. 두 직선 $l : y = x + 3$ 과 $m : y = ax + b$ 가 점 B(1, 4) 에서 수직으로 만나고, 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 C , 직선 m 이 x 축과 만나는 점을 A 라 할 때, 사각형 OABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11.5

해설



$a \times 1 = -1$

$\therefore a = -1$

직선 m 은 기울기가 -1 이고 (1, 4) 를 지나므로 $y - 4 = -(x - 1)$ 이다.

$\therefore y = -x + 5$

따라서 점 A 의 좌표는 A(5, 0) 이다.

사각형 OABC 의 넓이는 $\triangle ABD - \triangle OCD$ 이므로

$\therefore \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{23}{2}$

25. 다음 두 점 $(2, -1)$, $(-2, 1)$을 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

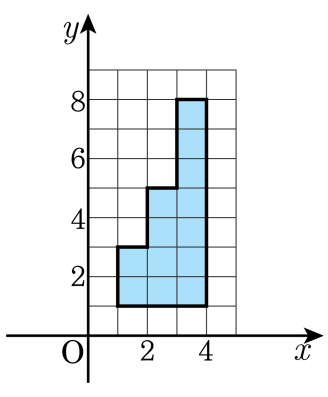
① $y = 2x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 5$ ③ $y = -2x - \frac{1}{2}$

④ $y = 3x + 5$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x - 10$

해설

$(\text{기울기}) = \frac{1-(-1)}{-2-2} = -\frac{1}{2}$

26. 점 (4, 1) 을 지나는 직선 $y = ax + b$ 가 다음 그림의 색칠한 도형의 넓이를 이등분할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

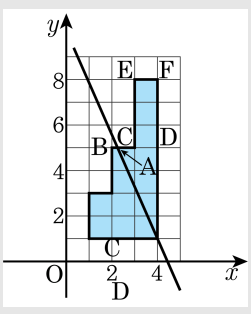


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{7}$

해설

직선 $y = ax + b$ 는 (4, 1) 을 지나는 직선이다.
색칠한 도형 전체의 넓이가 13 이므로
직선 $y = ax + b$ 가 넓이를 이등분하려면 $\overline{BC}$ 를 지나야 한다.



직선 BC 의 방정식은 $y = 5$ 이므로
직선 $y = ax + b$ 가 점 A$(k, 5)$ 를 지난다고 하자.
이때, □CDEF 의 넓이가 3 이므로 점 B, D 와 점 (4, 1) 을 잇는 삼각형의 넓이는 3.5 이어야 한다.

$3.5 = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 - k) \qquad \therefore\ k = \frac{9}{4}$

즉, 점 A 의 좌표는 A$\left(\frac{9}{4}, 5\right)$ 이다.

따라서, 도형을 이등분하는 직선은 A$\left(\frac{9}{4}, 5\right)$ 와 (4, 1)을 지나는 직선이고 직선의 방정식은
$y = -\frac{16}{7}x + \frac{71}{7}$ 이므로 $a + b = \frac{55}{7}$ 이다.

27. 두 직선 $y = ax - 4,\ y = -x + b$ 가 점 $(3,\ 2)$ 에서 만날 때, 기울기가 ab 이고, y 절편이 $a + b$ 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 7$　② $y = 7x + 10$　③ $y = 7x + 3$

④ $y = 10x + 7$　⑤ $y = -10x + 7$

해설

$y = ax - 4$가 점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = 3a - 4$, $3a = 6 \therefore a = 2$
$y = -x + b$가 점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = -3 + b \therefore b = 5$
$ab = 10$, $a + b = 7$
$\therefore y = 10x + 7$

28. 다음의 세 직선이 한 점에서 만날 때, 상수 a의 값을 구하여라.
$x+2y=4,\ 5x+ay=7,\ 2x-y=3$

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x+2y=4 \cdots$ ①
$2x-y=3 \cdots$ ②
① $\times 2$ − ②를 하면
$x=2,\ y=1$
점 $(2,\ 1)$을 $5x+ay=7$에 대입하면
$10+a=7,\ a=-3$