1. 0이 아닌 실수 $x,\ y$가 $(x^2+1)(y^2+4a^2)-8axy=0$을 만족할 때, x에 관한 이 방정식은 실수 a에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. $(a \neq 0)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$(x^2+1)(y^2+4a^2)-8axy=0$에서

$x^2y^2+4a^2x^2+y^2+4a^2-8axy=0$

$(x^2y^2-4axy+4a^2)+(y^2-4axy+4a^2x^2)=0$

$(xy-2a)^2+(y-2ax)^2=0$

$xy-2a,\ y-2ax$는 실수이므로

$xy-2a=0,\ y-2ax=0$

$\therefore\ xy=2a,\ y=2ax$

두 식을 연립하면, $2ax^2=2a$

$(a \neq 0)$이므로 $x^2=1,\ x=\pm 1$

2. 다음 방정식을 만족하는 실수 $x,\ y$의 합을 구하여라.

$$(x^2+1)(y^2+4)=8xy$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : 3

해설

$(x^2+1)(y^2+4)=8xy$에서 $x^2y^2+4x^2+y^2+4-8xy=0$
이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면
$(x^2y^2-4xy+4)+(4x^24xy+y^2)=0$
이 때, $x,\ y$가 실수이므로 $xy-2,\ 2x-y$도 실수이다.
$\therefore xy-2=0 \quad \cdots$㉠,
$2x-y=0 \quad \cdots$㉡
㉡에서 $y=2x$이고, 이것을 ㉠에 대입하면 $x^2=1$
따라서, $x=1$일 때 $y=2$, $x=-1$일 때 $y=-2$
그러므로 $x,\ y$의 값은 $x=\pm1,\ y=\pm2$(복부호 동순)
따라서 $x,\ y$의 합은 $-3, 3$

3. 두 실수 $x,\ y$에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$일 때, $x + y$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5$
$= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4$
$= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2$
$= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
$\therefore\ x - 2y + 1 = 0,\ y - 2 = 0$이므로
$y = 2,\ x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore\ x = 3$
따라서 $x + y = 3 + 2 = 5$

4. 방정식 $x^2-2xy+y^2+|x+y-2|=0$을 만족하는 실수 $x,\ y$에 대하여 xy의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 방정식을 정리하면 $(x-y)^2+|x+y-2|=0$
이 때, $(x-y)^2\geq 0,\ |x+y-2|\geq 0$이므로
㉠이 성립하려면 $x-y=0,\ x+y-2=0$이어야 한다.
두 식을 연립하여 풀면 $x=1,\ y=1$
$\therefore\ xy=1$

5. 방정식 $x^2+2x+1+y^2-4y+4=0$을 만족하는 두 실수 x, y의 합 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^2+2x+1+y^2-4x+4=0$ 에서

$(x+1)^2+(y-2)^2=0$

x, y는 실수이므로 $x=-1$, $y=2$

$\therefore\ x+y=-1+2=1$

6. $|x+1|+|y-2|=0$을 만족하는 실수 $x,\ y$의 곱 xy의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$|x+1| \geq 0,\ |y-2| \geq 0$이므로 $x+1=0,\ y-2=0$

$\therefore\ x=-1,\ y=2$

따라서, 구하는 값은 $xy=-1 \cdot 2=-2$

7. 방정식 $2x^2+y^2+2xy-4x+4=0$ 을 만족시키는 실수 $x,\ y$ 의 곱 xy 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$2x^2+y^2+2xy-4x+4=0$ 에서
$(x^2+2xy+y^2)+(x^2-4x+4)=0$
$(x+y)^2+(x-2)^2=0$
$x,\ y$ 가 실수이므로 $x+y=0,\ x-2=0$
$\therefore\ x=2,\ y=-2$
$\therefore\ xy=-4$

8. $x^2+y^2-2y+1=0$을 만족하는 실수 $x,\ y$의 합 $x+y$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+y^2-2y+1=0$에서 $x^2+(y-1)^2=0$
$x,\ y$는 실수이므로 $x^2\ge 0,\ (y-1)^2\ge 0$
따라서, $x=0,\ y-1=0$이므로 $x=0,\ y=1$
$\therefore\ x+y=0+1=1$

9. 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

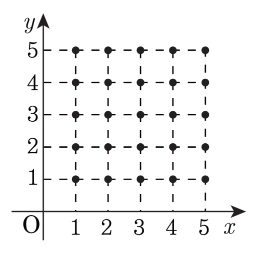
근이 유리수이므로, 판별식D ≥ 0 이어야 한다.

$D=25-8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k=3,\ 2,\ 1,\ \cdots$ 이고,

이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k=3$ 이다.

10. 다음 그림의 격자점 중 $xy+x-2y-2=3$을 만족시키는 점은 모두 몇 개인가?



① 0 개　　② 1 개　　③ 2 개

④ 3 개　　⑤ 4 개

해설

$xy+x-2y-2=x(y+1)-2(y+1)$

$=(x-2)(y+1)$ 이므로

$(x-2)(y+1)=3$ 에서 문제의 $x,\ y$ 는

i) $x-2=1,\ y+1=3$ 일 때, $x=3,\ y=2$

ii) $x-2=3,\ y+1=1$ 일 때, $x=5,\ y=0$

iii) $x-2=-1,\ y+1=-3$ 일 때, $x=1,\ y=-4$

iv) $x-2=-3,\ y+1=-1$ 일 때,

$x=-1,\ y=-2$

$x,\ y$는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 $(3,\ 2)$ 뿐이다.

11. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는?

$$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$$

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5개 이상

해설

$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$

$(m-4)(n-2)=8$

$8=1\times8=2\times4=4\times2=8\times1$이므로

$(m,n)=(5,\ 10),\ (6,\ 6),\ (8,\ 4),\ (12,\ 3)$

$\therefore$ 4쌍의 $(m,\ n)$이 존재한다.

12. 서로 다른 세 정수 a, b, c에 대하여 삼차방정식 $(x-a)(x-b)(x-c)=2$가 정수근을 가질 때, 이 근은?

① $\dfrac{a+b+c}{3}$　② $\dfrac{a+b+c-1}{3}$　③ $\dfrac{a+b+c-2}{3}$
④ $\dfrac{a+b+c-3}{3}$　⑤ $\dfrac{a+b+c-4}{3}$

해설

$a < b < c$ 라 가정했을때, 정수근을 α라고 하면, $(\alpha-a)(\alpha-b)(\alpha-c)=2$를 만족하는 순서쌍은 $(1,-1,-2)$ 밖에 없다.

$\Rightarrow \alpha-a=1$

$\alpha-b=-1$

$\alpha-c=-2$

세 식을 다 더하면,

$3\alpha=a+b+c-2$, $\alpha=\dfrac{a+b+c-2}{3}$

13. 방정식 $2xy-4x-y=4$를 만족하는 양의 정수 x, y를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$\begin{cases} x=\gamma \\ y=\delta \end{cases}$ 이다.

$\alpha+\beta+\gamma+\delta$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y가 양의 정수이므로

$2x-1$, $y-2$도 각각 정수이고 특히 $2x-1$은 양의 홀수이다.

$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

$\therefore \alpha+\beta+\gamma+\delta=15$

14. $xy-3x-3y+4=0$을 만족하는 양의 정수 x, y의 합 $x+y$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$xy-3x-3y+4=0$에서
$x(y-3)-3(y-3)-5=0$, $(x-3)y-3=5$
$x \geq 1$, $y \geq 1$이므로 $x-3 \geq -2$, $y-3 \geq -2$
(ⅰ) $x-3=1$, $y-3=5$일 때, $x=4$. $y=8$
(ⅱ) $x-3=5$, $y-3=1$일 때, $x=8$, $y=4$
따라서, 구하는 값은 $x+y=4+8=8+4=12$

15. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a는 -10 이상 -2 이하이다.

② a는 -2 이상 6 이하이다.

③ a는 6 이상이다.

④ a는 0 이하이다.

⑤ a는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)
$\alpha + \beta = a,\ \alpha\beta = a + 2$
이 두 식에서 a를 소거하면
$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2,\ (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$
$\alpha - 1, \beta - 1$이 정수이므로
$\therefore\ \alpha = 2,\ \beta = 4$ 또는 $\alpha = -2,\ \beta = 0$
$\therefore\ a = 6,\ -2$

16. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30개이고 배점은 80점이다. 문항별 배점은 2점, 3점, 4점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

2점문항 개수를 x, 3점문항을 y,
4점문항을 z라 하자

$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \quad$ ㉠

$x + y + z = 30 \quad \cdots \quad$ ㉡

㉠$-4\times$㉡ $\Rightarrow$ $y = 40 - 2x$

㉠$-3\times$㉡ $\Rightarrow$ $z = x - 10$

$\therefore$ $x = 10$이면 $z = 0$

$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음

$\therefore$ $x \geq 11$, 최소 11문항

17. 다음 등식을 만족시키는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b)의 개수는?

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$$

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 1 개씩 있다.

⑤ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 2 개씩 있다.

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$, $\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{a+b}$, $(a+b)^2=ab$, $a^2+ab+b^2=0$

$\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2=0$ 실수로서 이 등식을 만족하는 경우는

$a=0,\ b=0$뿐이다.

따라서 0 이 아닌 실수의 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 없다.

18. 방정식 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값은?

① $x = 2,\ y = 4$　② $x = 4,\ y = 2$　③ $x = -1,\ y = 2$
④ $x = 2,\ y = -1$　⑤ $x = -2,\ y = 1$

해설

판별식을 이용하기 위해 준식을 x 에 관하여 정리하면,
$2x^2 - 4(y+2)x + 5y^2 - 4y + 20 = 0 \cdots$ ①
①이 실근을 가지므로 $\dfrac{D}{4} \geq 0$ 에서
$4(y+2)^2 - 10y^2 + 8y - 40 \geq 0$
$6y^2 - 24y + 24 \leq 0$
$6(y^2 - 4y + 4) \leq 0$
$6(y-2)^2 \leq 0$ 　　$\therefore y = 2$ ($\because$ y 는 실수)
$y = 2$ 를 ①에 대입하면,
$2x^2 - 16x + 32 = 0,\ \ 2(x-4)^2 = 0$
$\therefore\ x = 4$

19. 실수 x, y에 대하여 $2x^2+y^2+2xy+2x-2y+5=0$일 때, xy의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$2x^2+y^2+2xy+2x-2y+5=0$을
x에 대한 내림차순으로 정리하면
$2x^2+2(y+1)x+y^2-2y+5=0 \quad \cdots ㉠$
이 때, x는 실수이므로 ㉠은 실근을 가져야 한다.
$D=(y+1)^2-2\left(y^2-2y+5\right)\geq 0$
$-y^2+6y-9\geq 0 \ (y-3)^2\leq 0$
$\therefore y=3$
$y=3$을 ㉠에 대입하면
$2x^2+8x+8=0, \ x^2+4x+4=0$
$(x+2)^2=0$
$\therefore \ x=-2 \ \therefore \ xy=(-2)\cdot 3=-6$

20. 방정식 $2x^2+2xy+5y^2+6x+12y+9=0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

준식을 y에 대한 내림차순으로 정리하면
$5y^2+2(x+6)y+(2x^2+6x+9)=0$
y 가 실근을 가져야 하므로 판별식 $\frac{D}{4}\geq 0$

$$\begin{aligned}\frac{D}{4}&=(x+6)^2-5(2x^2+6x+9)\\&=-9x^2-18x-9=-9(x+1)^2\geq 0\end{aligned}$$

따라서 $-9(x+1)^2=0$
$x+1=0$
$\therefore\ x=-1$
준식에 $x=-1$ 을 대입하면
$2-2y+5y^2-6+12y+9=0$
$5y^2+10y+5=0$
$5(y+1)^2=0$
$\therefore\ y=-1$
$\therefore\ x+y=-2$

21. 방정식 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{21}$ (단, $x<y$)을 만족하는 양의 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)에 대하여 $x+y$의 최댓값을 구하면?

① 484 ② 192 ③ 112 ④ 100 ⑤ 548

해설

$21(x+y)=xy, \quad xy-21(x+y)=0$

$\therefore \ (x-21)(y-21)=21^2=3^2\times 7^2$

$21x=(x-21)y$이고 $y>x>0$이므로

$y-21>x-21>0$

$\therefore (x-21,\ y-21)$

$\quad =(1,\ 441), (3,\ 147), (7,\ 63), (9,\ 49)$

$\therefore (x,\ y)$

$\quad =(22,\ 462), (24,\ 168), (28,\ 84), (30,\ 70)$

$\therefore \ x+y$의 최댓값은 $22+462=484$

22. 각 면에 1부터 12까지 자연수가 하나씩 적힌 정십이면체의 주사위가 있다. 이 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 각각 x, y라 할 때, $xy-3x+2y=18$을 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$xy-3x+2y=18,\ x(y-3)+2y=18,$

$x(y-3)+2(y-3)=12$

$(x+2)(y-3)=12$

$x+2\geq 3$이므로

$(x+2,\ y-3)=(3,4),(4,3),(6,2),(12,1)$

$\therefore (x,\ y)=(1,7),(2,6),(4,5).(10,4)$

$\therefore$ 4개

23. $x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$의 두 근이 정수가 되도록 정수 m의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라면

$\alpha + \beta = 1 - m \cdots$ ㉠, $\alpha\beta = m + 1 \cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면 $\alpha\beta + \alpha + \beta = 2$ ($\alpha,\ \beta$는 정수)

$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$

$\therefore \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = -4 \end{cases}$ 를 ㉡에 대입하면

$m = -1,\ 7$

24. 이차방정식 $x^2+mx-m+1=0$이 양의 정수근 $\alpha,\beta(\alpha<\beta)$를 가질 때, $\alpha^2+\beta^2+m$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha+\beta=-m & \cdots ① \\ \alpha\beta=-m+1 & \cdots ② \end{cases}$$

② −①을 하면 $\alpha\beta-\alpha-\beta=1$, $(\alpha-1)(\beta-1)=2$

α,β 가 양의 정수이므로

$\alpha-1=1, \beta-1=2$ 또는 $\alpha-1=2, \beta-1=1$

$\therefore\ (\alpha,\beta)=(2,3),(3,2)$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=13$

$\alpha+\beta=-m$ 이므로 $m=-5$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2+m=13+(-5)=8$

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2-kx+k+3=0$ 의 두 근이 모두 정수 일 때, 상수 k 의 값의 합은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$x^2-kx+k+3=0$ 의 두 근을 α,β 라 하자

$\alpha+\beta=k, \alpha\beta=k+3 \rightarrow \alpha+\beta+3=\alpha\beta$

$\alpha\beta-\alpha-\beta=3$

$(\alpha-1)(\beta-1)=4$ α,β 는 정수이므로

$1\times 4 \Rightarrow \alpha=2,\ \beta=5, \quad k=7$

$2\times 2 \Rightarrow \alpha=3,\beta=3, \quad k=6$

$-1\times -4 \Rightarrow \alpha=0,\beta=-3, \quad k=-3$

$-2\times -2 \Rightarrow \alpha=-1,\beta=-1, \quad k=-2$

$\therefore\ 7+6-3-2=8$

26. $2x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$2x^2 + 2(y-3)x + y^2 - 4y + 5 = 0 \cdots$ ㉠
이차방정식이 실근을 가져야 하므로
$D/4 = (y-3)^2 - 2(y^2 - 4y + 5) \geq 0$
$-y^2 + 2y - 1 \geq 0$ $y^2 - 2y + 1 \leq 0$
$(y-1)^2 \leq 0$
$\therefore\ y = 1 \Rightarrow$ ㉠에 대입
$2(x-1)^2 = 0$
$\therefore\ x = 1$
$\therefore\ x + y = 2$

27. 부등식 $4 \le x \le y \le z$을 만족하는 자연수 $x,\ y,\ z$에 대하여 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$이 성립할 때, $(x,\ y,\ z)$의 개수를 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\frac{1}{x}=\frac{1}{4}$일 때, $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{4}$, $\frac{y+z}{yz}=\frac{1}{4}$

$yz=4(y+z)$, $(y-4)(z-4)=16$

$4 \le x \le y \le z$이므로

$(x, y, z)=(4,5,20),(4,6,12),(4,8,8)$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{5}$일 때, $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{10}$에서 $\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$, $\frac{1}{z}=\frac{1}{10}$

$\therefore\ (x, y, z)=(5,5,10)$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{6}$일 때, $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3}$ $\frac{y+z}{yz}=\frac{1}{3}$

$yz=3(y+z)$, $(y-3)(z-3)=9$

$4 \le x \le y \le z$이므로

$(x, y, z)=(6,6,6)$ $x=y=z=6$이므로

$x>6$이면 $4 \le x \le y \le z$를 만족하지 않는다.

따라서, 주어진 조건을 만족하는 자연수

(x, y, z)는 $(4,5,20)$, $(4,6,12)$, $(4,8,8)$, $(5,5,10)$, $(6,6,6)$5 개이다.

28. x 에 대한 이차방정식 $x^2-(2a-1)x+a+1=0$ 의 두 근 α, β가 모두 정수일 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면? (단, a는 자연수)

① $\frac{5}{2}$　② $\frac{5}{3}$　③ $\frac{5}{4}$　④ 1　⑤ $\frac{6}{5}$

해설

근이 정수이려면 판별식 $D=(2a-1)^2-4(a+1)=k^2$ (k 는 정수) 이어야 한다. 이 식을 정리하면 $4a^2-8a-3=k^2$, $(2a-2)^2-7=k^2$, $(2a-2)^2-k^2=7$, $(2a-2+k)(2a-2-k)=7$ a, k는 정수이므로

(i) $2a-2+k=1,\ 2a-2-k=7$ 에서

$a=3,\ k=-3$

(ii) $2a-2+k=7,\ 2a-2-k=1$ 에서

$a=3,\ k=3$

(iii) $2a-2+k=-1,\ 2a-2-k=-7$ 에서 $a=-1,\ k=3$

(iv) $2a-2+k=-7,\ 2a-2-k=-1$ 에서 $a=-1,\ k=-3$

그런데 $a>0$ 이므로 $a=3$

$\therefore\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2a-1}{a+1}=\frac{5}{4}$

29. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 2k + 1 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

두 근을 α, β $(\alpha \geq \beta)$ 라 하면 근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -(k+1) & \cdots\cdots ① \\ \alpha\beta = 2k+1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①$\times 2 +$②을 하면 $\alpha\beta + 2(\alpha+\beta) = -1$

$\alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 4 = 3$, $\quad (\alpha+2)(\beta+2) = 3$

α, β 가 정수이므로 $(\alpha+2,\ \beta+2) = (3,\ 1),\ (-1,\ -3)$

$\therefore\ (\alpha,\ \beta) = (1,\ -1),\ (-3,\ -5)$

①에서

$k = -(\alpha+\beta+1)$ 이므로 $k = -1,\ 7$

$k > 0$ 이므로 $k = 7$

30. 어느 가게에서 물건을 파는데 한 개에 80원하는 물건 세 개를 사면 210원, 다섯 개를 사면 320원으로 할인해 준다고 한다. 어느 날 매상액이 모두 1440원이었고 한 명의 고객이 한 개, 세 개, 다섯 개 중 어느 한 가지만 샀다고 할 때, 이 날 물건을 사고 간 고객의 수로 적당하지 않은 것은?

① 6명 ② 9명 ③ 12명 ④ 14명 ⑤ 18명

해설

물건을 한 개, 세 개, 다섯 개를 산 사람의 수를
각각 $x,\ y,\ z$라고 하면
$x,\ y,\ z$는 0이상의 정수이고
$80x+210y+320z=1440$양변을 10으로 나누면
$8x+21y+32z=144$ ······㉠
㉠을 변형하면
$3(48-7y)=8(x+4z)$ ······㉡
3, 8이 서로 소이므로
$48-7y=8k$
$(k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 6)$ ······㉢
㉢을 ㉡에 대입하면
$x+4z=3k$ ······㉣
㉢에서 $7y=48-8k$,
$y=\dfrac{8(6-k)}{7}$ ······㉤
㉤에서 $\dfrac{6-k}{7}$가 정수이므로
$k=6,\ y=0,\ x+4z=18$
$\therefore(x,\ y,\ z)$
$=(18,\ 0,\ 0),\ (14,\ 0,\ 1),\ (10,\ 0,\ 2),$
$(6,\ 0,\ 3),\ (2,\ 0,\ 4)$
이 날 물건을 구입한 고객의 수는
$x+y+z$이므로
$x+y+z=6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18$이다.