

1. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x = r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

②을 ②에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ③에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 &= 0 \\ (x - y)(x - 2y) &= 0 \\ \Rightarrow (x - y)(x - 2y) &= 0 \\ \Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } x = y \\ x^2 + 2y^2 &= 3x^2 = 12 \\ x = \pm 2 &\Rightarrow y = \pm 2 \\ \text{ii) } x = 2y \\ x^2 + 2y^2 &= 6y^2 = 12 \\ y = \pm \sqrt{2} &\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \\ x + y &= (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}) \end{aligned}$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기
위한 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > -1$ ② $a < -1$ ③ $a > \frac{3}{2}$
 ④ $a < \frac{3}{2}$ ⑤ $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots \textcircled{A} \\ ax-y=3 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} \text{ 에서 } (a+1)x=5$$

$$\therefore x = \frac{5}{a+1} \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } \frac{5}{a+1} + y = 2$$

$$\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$$

그런데 $x > 0, y > 0$ 이므로

$$\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0 \text{ 에서,}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

9. 어떤 공장에서 A , B 의 두 제품을 생산하고 있다. A 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고, B 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 40 개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a , b 라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$ 이다.
 $a + b = 70$, $1.2a + 1.25b = 86$
연립하여 풀면, $a = 30$, $b = 40$

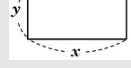
10. 가로, 세로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 근 x, y 가 $xy = a$, $x + y = b$ 를 만족할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠식을 정리해서

$y = 2x - 5$ 를 ㉡식에 대입한다.

$$x^2 + (2x - 5)^2 = 25,$$

$$5x^2 - 20x = 0, \quad x(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 0, 4$$

$$\text{i) } x = 0 \text{ 일 때, } y = -5$$

$$\therefore a = 0, \quad b = -5$$

$$\therefore a - b = 5$$

$$\text{ii) } x = 4 \text{ 일 때, } y = 3$$

$$\therefore a = 12, \quad b = 7$$

$$\therefore a - b = 5$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 + xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

⊖ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2, y = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$$

$$x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$$

⊕ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10, y^2 = 5, y = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \\ 5x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$ 의 근을 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,
 $\alpha + \beta$ 의 최댓값은?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 & \dots \textcircled{1} \\ 5x^2 - y^2 = 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식을 인수분해하면

$$(2x - y)(x - y) = 0 \quad \therefore y = 2x, y = x$$

②식에 대입하면

$$y = 2x \text{ 일 때 } 5x^2 - (2x)^2 = 4, x^2 = 4, x = \pm 2, y = \pm 4$$

$$y = x \text{ 일 때 } 5x^2 - x^2 = 4, 4x^2 = 4, x^2 = 1, x = \pm 1, y = \pm 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 6, -6, 2, -2$$

$$\therefore \alpha + \beta \text{의 최댓값은 } 6$$

14. 연립방정식
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 을 풀면 $x = \alpha, y = \beta$

또는 $x = \gamma, y = \delta$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서 $x - y = -2$, 즉 $y = x + 2$

$\textcircled{㉠}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

15. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore u = \pm 7, v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

16. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

17. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면

$$p^2 + ap + 5 = 0, p^2 + 5p + a = 0$$

두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$

$$(a - 5)(p - 1) = 0$$

$$\therefore a = 5 \text{ 또는 } p = 1$$

$$p = 1 \text{이면, } 1 + a + 5 = 0, a = -6$$

$$\therefore a \text{의 합: } -6 + 5 = -1$$

18. 다음 두 방정식이 공통근 α 를 갖는다. 이 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + (m + 2)x - 4 = 0, x^2 + (m + 4)x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

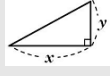
두 방정식의 공통근이 α 이므로
 $\alpha^2 + (m + 2)\alpha - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\alpha^2 + (m + 4)\alpha - 6 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $-2\alpha + 2 = 0 \therefore \alpha = 1$
 $\alpha = 1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $1 + m + 2 - 4 = 0$
 $\therefore m = 1$
 $\therefore m + \alpha = 2$

19. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots ① \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots ② \end{cases} \quad \text{이다.}$$

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$$

$$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)$$

$$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = 9$$

$$x = 12 \text{ 일 때 } y = 9$$

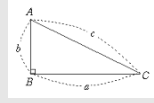
$x = 9$ 일 때 $y = 12$

20. 넓이가 30 이고, 둘레의 길이가 30 인 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



$$\frac{1}{2}ab = 30, ab = 60$$

$$a + b + c = 30, a + b = 30 - c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a + b)^2 - 2ab = c^2$$

$$(30 - c)^2 - 2 \cdot 60 = c^2$$

$$c^2 - 60c + 900 - 120 = c^2$$

$$60c = 780, \therefore c = 13$$

21. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=k \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수 k 의 값은?

① ± 1 ② ± 3 ③ ± 5 ④ ± 7 ⑤ ± 9

해설

$$\begin{cases} 2x+y=k & \dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=5 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $y = k - 2x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, \quad k^2 = 25$$

$$\therefore k = \pm 5$$

22. 두 이차방정식 $ax^2 + 4x + 2 = 0$, $x^2 + ax + 1 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{7}$

해설

공통근을 t 라 하면

$$at^2 + 4t + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$t^2 + at + 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2 : (a-2)t^2 + (4-2a)t = 0$$

$$(a-2)t(t-2) = 0$$

이때, $a=2$ 이면 두 방정식은 서로 같으므로 $a \neq 2$

그런데 $t=0$ 이면 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 해가 존재하지 않으므로 $t=2$

따라서 $\textcircled{2}$ 에서 $2a+5=0$

$$\therefore a = -\frac{5}{2}$$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2a \\ xy=a \end{cases}$ 를 만족하는 순서쌍 (x,y) 가 한 개 뿐일 때, 양의 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{cases} x+y=2a \cdots ① \\ xy=a \cdots ② \end{cases}$$

①에서 $y = -x + 2a$ 를 ②에 대입하면

$$x(-x + 2a) = a$$

$\therefore -x^2 + 2ax = a$ 즉 $x^2 - 2ax + a = 0$ 이 한 개의

실근을 가져야 하므로 $D/4 = a^2 - a = 0$

$\therefore a = 0$ 또는 1 그런데

a 는 양의실수 이므로

$$a = 1$$

24. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$

$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$1 + 2 + k = 0$ 이므로 $k = -3$

25.
$$\begin{cases} |x| + x + y = 10 \\ x + |y| - y = 12 \end{cases}$$
 일 때, $x + y$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ $\frac{18}{5}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 22

해설

$|x| + x + y = 10 \quad \dots\dots\text{㉠}$
 $x + |y| - y = 12 \quad \dots\dots\text{㉡}$
 $x \leq 0$ 이면, $y = 10, x = 12$
 이것은 $x \leq 0$ 을 만족하지 않는다.
 $x > 0$ 이면 $2x + y = 10 \dots\dots\text{㉢}$
 $y \geq 0$ 이면 $x = 12, y = -14$
 이것은 $y \geq 0$ 을 만족하지 않는다.
 $y < 0$ 이면, $x - 2y = 12 \dots\dots\text{㉣}$
 ㉢, ㉣에서 $x = \frac{32}{5}, y = -\frac{14}{5}$
 $\therefore x + y = \frac{18}{5}$

26. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 8 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ xy + 3y^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$ 의 근 x, y 를 구할 때, $x+y$

의 값을 모두 구하면?

- ① $-\frac{7}{2}, -1, 1, \frac{7}{2}$
- ② $-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}$
- ③ $-1, 1$
- ④ $-\frac{7}{2}, 1$
- ⑤ $1, \frac{7}{2}$

해설

$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} \times 8$ 에서 $x^2 - 11xy - 26y^2 = 0, (x + 2y)(x - 13y) = 0$
 $x + 2y = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $x - 13y = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$
 $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 에서 $y^2 = 1$
 $\therefore y = \pm 1, x = \mp 2$ (복호동순)
 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 에서 $16y^2 = 1$
 $\therefore y = \pm \frac{1}{4}, x = \pm \frac{13}{4}$ (복호동순)
 $\therefore x + y = -1, 1, \frac{7}{2}, -\frac{7}{2}$

27. 연립방정식 $\begin{cases} x(y+z) = 10 \\ y(z+x) = 18 \\ z(x+y) = 24 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$ 라 할 때,
 $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

- ① ± 2 ② ± 4 ③ ± 8 ④ ± 16 ⑤ ± 32

해설

$$\begin{cases} x(y+z) = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ y(z+x) = 18 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z(x+y) = 24 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} : 2(xy + yz + zx) = 52$

$\therefore xy + yz + zx = 26$

$\therefore xy = 2, yz = 16, zx = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉤}$ 에서 $(xyz)^2 = 16^2 \therefore xyz = \pm 16$

$\therefore x = \alpha = \pm 1, y = \beta = \pm 2, z = \gamma = \pm 8$ (복부호동순)

$\therefore \alpha\beta\gamma = \pm 16$

28. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a = bc, b = ca, c = ab,$
 $abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$
 $abc \neq 0, abc = 1,$
 $abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$
 $a = \pm 1, b = \pm 1, c = \pm 1$
그러나 $abc = 1$ 이므로, a, b, c 중에서 -1인 것은 없거나 2개이다.
 $\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$

29. x, y 에 대한 연립방정식
$$\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\frac{a^2+1}{4} \end{cases}$$

이 실근을 가질 때, 실수 a 의 범위를 구하면?

① $a \geq -\frac{3}{4}$
 ④ $a \leq \frac{2}{3}$

② $a > -\frac{1}{2}$
 ⑤ $a < 2$

③ $-1 < a < 1$

해설

$$\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\frac{a^2+1}{4} \end{cases}$$

의 해 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은 $t^2 -$

$$(a+2)t + \frac{a^2+1}{4} = 0$$

위의 방정식이 실근을 가지려면

$$D = (a+2)^2 - 4 \times \frac{a^2+1}{4} \geq 0$$

$$4a+3 \geq 0$$

$$\therefore a \geq -\frac{3}{4}$$

30. 연립방정식
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x + y = 2 \\ y - z = a \end{cases}$$
가 실수해를 갖기 위한 실수 a 의

값의 범위를 $\alpha \leq a \leq \beta$ 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x &= 2 - y, z = y - a \text{ 이므로} \\ (2 - y)^2 + y^2 + (y - a)^2 &= 3 \\ \Leftrightarrow, 3y^2 - 2(a + 2)y + a^2 + 1 &= 0 \\ D/4 = (a + 2)^2 - 3(a^2 + 1) &= -2a^2 + 4a + 1 \geq 0 \\ 2a^2 - 4a - 1 &\leq 0 \\ \therefore \frac{2 - \sqrt{6}}{2} \leq a &\leq \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \\ \therefore \alpha + \beta &= 2 \end{aligned}$$

31. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 꼭지점 A에서 변 BC에 그은 수선의 발을 D라 하자. 삼각형 ABC의 둘레의 길이는 높이 AD의 길이의 4배이다. 이 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$ 의 값은?

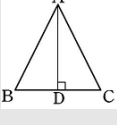
- ① $\frac{4}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ 2
- ④ $\frac{1 + \sqrt{17}}{3}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{9}}{3}$

해설



$\overline{AB} = \overline{AC} = a$, $\overline{BC} = 2b$, $\overline{AD} = h$ 라 놓으면
 $2a + 2b = 4h \cdots \cdots (\text{i})$
 $a^2 = b^2 + h^2 \cdots \cdots (\text{ii})$
 (i) 에서 $h = \frac{a+b}{2}$ 를 (ii) 에 대입하여 정리하면
 $3a^2 - 2ab - 5b^2 = 0 \cdots \cdots (\text{iii})$
 (iii) 식의 양변을 b^2 으로 나누고
 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{a}{b} = x$ 라 놓으면
 $3x^2 - 2x - 5 = 0$
 $\therefore (x+1)(3x-5) = 0$
 $\therefore x = \frac{5}{3} (\because x > 0)$

32. 연립방정식 $x^2 + y^2 = 5(xy - 1) = 10xy - 5(x + y)$ 의 해를 꼭지점으로 하는 도형의 넓이를 구하면?

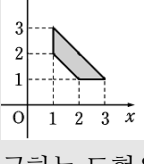
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$(x + y)^2 - 2xy = 5(xy - 1) = 10xy - 5(x + y)$ 에서
 $x + y = u, xy = v$ 라 놓으면

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 5(v - 1) \\ 5(v - 1) = 10v - 5u \end{cases} \text{ 에서 } \begin{cases} u^2 = 7v - 5 \\ v = u - 1 \end{cases} \text{ 을 풀면}$$
$$\therefore \begin{cases} u = 3 \\ v = 2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} u = 4 \\ v = 3 \end{cases}$$
$$\therefore \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} \quad \dots\dots \text{㉠}$$
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠의 x, y 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 근이므로
 $(x, y) = (1, 2), (2, 1)$
㉡의 x, y 는 $t^2 - 4t + 3 = 0$ 의 근이므로
 $(x, y) = (1, 3), (3, 1)$



구하는 도형은 그림의 사각형이다.

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

33. 어떤 문자도 0 은 아니고, $xy = a$, $xz = b$, $yz = c$ 라고 할 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 은?

① $\frac{ab + ac + bc}{abc}$

② $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

③ $\frac{(a + b + c)^2}{abc}$

④ $\frac{(ab + ac + bc)^2}{abc}$

⑤ $\frac{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}{abc}$

해설

$$abc = x^2 y^2 z^2 = x^2 c^2, x^2 = \frac{ab}{c}$$

$$\text{마찬가지로, } y^2 = \frac{ac}{b}, z^2 = \frac{bc}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \\ &= \frac{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}{abc} \end{aligned}$$

34. x 에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2 + m^2x + n^2 - 2m = 0$, $x^2 - 2mx + n^2 + m^2 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 가지고, m, n 이 실수일 때, $m + n$ 의 값은? (단, 중근인 경우에는 두 개의 실근으로 본다.)

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

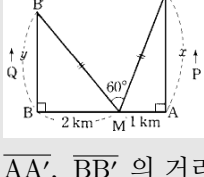
해설

두 방정식의 공통근을 α 라 하면
 $\alpha^2 + m^2\alpha + n^2 - 2m = 0 \cdots \text{①}$
 $\alpha^2 - 2m\alpha + m^2 + n^2 = 0 \cdots \text{②}$
① - ②하면
 $(m^2 + 2m)\alpha - (m^2 + 2m) = 0$
 $\therefore (m^2 + 2m)(\alpha - 1) = 0$
 $\therefore m^2 + 2m = 0$ 또는 $\alpha - 1 = 0$
그런데 $m^2 + 2m = 0$ 일 때,
곧, $m^2 = -2m$ 일 때에는 두 방정식이 일치하게 되므로 오직 하나의 공통근을 가진다는 문제의 뜻에 어긋난다.
 $\therefore \alpha = 1$
이것을 ①에 대입하면
 $1 + m^2 + n^2 - 2m = 0 \quad \therefore (m - 1)^2 + n^2 = 0$
문제의 조건으로부터 m, n 은 실수이므로
 $m - 1 = 0, n = 0$
 $\therefore m = 1, n = 0 \quad \therefore m + n = 1$

35. 어느 정해진 지점 M에서 정동쪽으로 1 km 떨어진 지점을 A, 정서쪽으로 2 km 떨어진 지점을 B라 할 때, A, B 지점에서 각각 P, Q라는 사람이 모두 정북쪽으로 달려서 15 분 후에 각각 A', B' 지점에 도달했다. $\overline{A'M}$ 의 거리와 $\overline{B'M}$ 의 거리가 같고, 두 선분이 이루는 각이 60° 일 때, P, Q의 시속은 각각 얼마인가?

- ① $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ km/h, $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ km/h ② $\frac{22\sqrt{3}}{3}$ km/h, $6\sqrt{3}$ km/h
 ③ $8\sqrt{3}$ km/h, $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ km/h ④ $\frac{28\sqrt{3}}{3}$ km/h, $\frac{22\sqrt{3}}{3}$ km/h
 ⑤ $\frac{32\sqrt{3}}{3}$ km/h, $8\sqrt{3}$ km/h

해설



$\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ 의 거리를 각각 x , y 라 하고 피타고라스의 정리를 이용하면

$$\sqrt{x^2 + 1^2} = \sqrt{y^2 + 2^2} \dots \textcircled{A}$$

우선 A' , B' 을 연결하면 $\triangle MA'B'$ 이 만들어지고, $\overline{MB'} = \overline{MA'}$ 이므로 $\angle MB'A' = \angle MA'B'$ 따라서 $\triangle MA'B'$ 은 정삼각형이다.

또, 점 B' 에서 $\overline{A'A}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 $A'B'H$ 가 만들어지므로 피타고라스의 정리에 의하여

$$\sqrt{(x-y)^2 + 3^2} = \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{y^2 + 2^2} \dots \textcircled{B}$$

①의 양변을 제곱하여 정리하면,

$$x^2 - y^2 = 3 \dots \textcircled{B'}$$

$$\textcircled{B} \text{에서 } \sqrt{(x-y)^2 + 9} = \sqrt{y^2 + 4},$$

$$x^2 - 2xy = -5 \dots \textcircled{C'}$$

$$\textcircled{B'} \times 5 + \textcircled{C'} \times 3 \text{을 하면}$$

$$8x^2 - 6xy - 5y^2 = 0, (2x + y)(4x - 5y) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{4}y (\because x > 0, y > 0) \dots \textcircled{D}$$

①을 ①'에 대입하면

$$\frac{25}{16}y^2 - y^2 = 3, y^2 = \frac{16}{3}$$

$$\therefore y = \frac{4}{\sqrt{3}} (\because y > 0) \text{ 이 값을 } \textcircled{D} \text{에 대입하면 } x = \frac{5}{4} \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \right) =$$

$$\frac{5}{\sqrt{3}}$$

따라서 P, Q는 15분 $\left(\frac{1}{4} \text{시간} \right)$ 동안 각각 x , y 만큼 움직였으므로

$$P \text{의 시속은 } \frac{5}{\sqrt{3}} \times 4 = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} (\text{km/h})$$

$$Q \text{의 시속은 } \frac{4}{\sqrt{3}} \times 4 = \frac{16\sqrt{3}}{3} = (\text{km/h})$$