1. $(-a^2)^2 \times (2a^3) \times \frac{5}{2}a^4$ 을 간단히 하면?

① $-5a^{14}$ ② $-5a^9$ ③ $-\frac{3}{2}a^9$

④ $5a^{10}$ ⑤ $5a^{11}$

해설

$(-a^2)^2 \times (2a^3) \times \frac{5}{2}a^4$

$= a^4 \times 2a^3 \times \frac{5}{2}a^4 = 5a^{11}$ 이다.

2. $2x-[7y-3x-2\{4y+2(x-2y)-1\}]$ 을 간단히 하면?

① $9x-7y+1$ ② $9x-7y-2$ ③ $x-23y-6$

④ $x-7y-6$ ⑤ $3x-7y-2$

해설

$2x-[7y-3x-2(4y+2x-4y-1)]$

$=2x-[7y-3x-2(2x-1)]$

$=2x-(7y-3x-4x+2)$

$=2x+7x-7y-2$

$=9x-7y-2$

3. 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right)$$

① $\frac{1}{9}a-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}b$ ② $\frac{2}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$ ③ $\frac{4}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$

④ $\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{9}b$ ⑤ $\frac{1}{9}a-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}b$

해설

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right)$$

$$=\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\times\left(-\frac{2}{3ab}\right)$$

$$=\frac{4}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$$

4. $x(y+3x)-y(2x+1)-2(x^2-xy-4)$ 를 간단히 하였을 때, x^2 의 계수와 xy 의 계수의 합은?

① 1　② −1　③ 2　④ −2　⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= xy+3x^2-2xy-y-2x^2+2xy+8\\ &= x^2+xy-y+8\end{aligned}$$

x^2 의 계수 : 1, xy 의 계수 : 1

$\therefore\ 1+1=2$

5. 어떤 물탱크에 물이 들어있다. 우선 $10l$ 를 사용하고 그 나머지의 $\frac{1}{2}$ 을 사용하였는 데도 $10l$ 이상의 물이 남아 있었다. 처음에 들어있는 물의 양은 몇 l 이상이어야 하는가?

① $10l$ ② $15l$ ③ $20l$ ④ $25l$ ⑤ $30l$

해설

처음의 물의 양을 xl 라 하면

남아있는 물의 양은 $\frac{1}{2}(x-10)l$,

$\frac{1}{2}(x-10) \geq 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 5 \geq 10$

$\frac{1}{2}x \geq 15$

$\therefore\ x \geq 30$

6. 5% 인 소금물 xg 과 15% 인 소금물 yg 속에 들어 있는 소금의 양의 합이 30g 이라고 할 때, 두 미지수 x, y 에 관한 일차방정식은?

① $5x+15y=30$ ② $\frac{x}{5}+\frac{y}{15}=30$ ③ $x+3y=30$

④ $x+3y=3000$ ⑤ $x+3y=600$

해설

$\frac{5}{100}x+\frac{15}{100}y=30$, $5x+15y=3000$

$\therefore\ x+3y=600$

7. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 18cm 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 $x$cm, 가로의 길이를 $y$cm 라 한다면, x 와 y 사이의 관계를 연립방정식으로 나타낸 것은?

① $\begin{cases} x = y + 5 \\ 2x + y = 18 \end{cases}$

② $\begin{cases} x = y + 5 \\ 2(x + y) = 18 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x = y + 5 \\ x + y = 18 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y = x + 5 \\ 2(x + y) = 18 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} y = x + 5 \\ x + y = 18 \end{cases}$

해설

$\begin{cases} y = x + 5 \\ 2(x + y) = 18 \end{cases}$

8. 연립방정식 $\begin{cases} -2x+y=6 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$ (x, y는 자연수)의 해의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
④ 3 개 ⑤ 무수히 많다.

해설

첫 번째 식에 $\times(-2)$ 를 하면 $4x-2y=-12$ 이다. 이 식에서 두 번째 식을 빼면, $0 \cdot x = -13$ 이 되므로 이 연립방정식의 해는 없다.

9. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $-\frac{7}{30}$ ② $\frac{6}{2^2\times 3\times 5}$ ③ $\frac{7}{125}$
④ $\frac{5}{2\times 3^2}$ ⑤ $\frac{4}{18}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

② $\frac{6}{2^2\times 3\times 5}=\frac{1}{2\times 5}$, ③ $\frac{7}{125}=\frac{7}{5^3}$

이므로 유한소수이다.

10. $\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 15 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 에서 좌변을 정리하면

$\frac{2^3(z^b)^3}{(x^5)^3(y^a)^3} = \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}}$ 이므로 $\frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 의 지수를 비교한다.

$3b = 18$ 이므로 $b = 6$, $c = 15$ 이고

$b = 3a$ 에서 $6 = 3a$, $a = 2$ 이다.

$\therefore a+b+c = 2+6+15 = 23$

11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 = a^3b$

② $(a^2b^3)^2 \times \dfrac{a^2}{b^4} = a^6b^2$

③ $(4a)^2 \times \left(\dfrac{a}{3}\right)^3 \div \left(\dfrac{1}{a^2}\right) = \dfrac{4a^3}{27}$

④ $\left(-\dfrac{a}{2}\right)^2 \times \left(\dfrac{ab}{3}\right)^3 = \dfrac{a^5b^3}{108}$

⑤ $\left(\dfrac{a}{4}\right)^2 \div \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 = \dfrac{1}{16a^6b}$

해설

① $(a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3$

$= a^4b^2 \times a^2b^2 \times \dfrac{1}{a^3b^3}$

$= a^3b$

② $(a^2b^3)^2 \times \dfrac{a^2}{b^4}$

$= a^4b^6 \times \dfrac{a^2}{b^4}$

$= a^6b^2$

③ $(4a)^2 \times \left(\dfrac{a}{3}\right)^3 \div \left(\dfrac{1}{a^2}\right)$

$= 2^4a^2 \times \dfrac{a^3}{27} \times a^2$

$= \dfrac{16a^7}{27}$

④ $\left(-\dfrac{a}{2}\right)^2 \times \left(\dfrac{ab}{3}\right)^3$

$= \dfrac{a^2}{4} \times \dfrac{a^3b^3}{27}$

$= \dfrac{a^5b^3}{108}$

⑤ $\left(\dfrac{a}{4}\right)^2 \div \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3$

$= \dfrac{a^2}{16} \times \dfrac{b^2}{a^2 \times \dfrac{1}{a^6b^3}}$

$= \dfrac{1}{16a^6b}$

12. $(2x^Ay)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \dfrac{6x^{10}}{y^C}$ 에서 A, B, C 의 값을 각각 구하면?

① $A=1, B=3, C=2$ ② $A=1, B=3, C=-2$

③ $A=2, B=3, C=2$ ④ $A=2, B=3, C=3$

⑤ $A=3, B=3, C=1$

해설

$(2x^Ay)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \dfrac{6x^{10}}{y^C}$

$\dfrac{8Bx^{3A+1}y^3}{4y^4} = \dfrac{2Bx^{3A+1}}{y} = \dfrac{6x^{10}}{y^C}$

$3A+1=10,\ A=3$

$\therefore A=3, B=3, C=1$

13. $A = \dfrac{2x-3y+1}{3}$, $B = \dfrac{x-2y+1}{2}$ 일 때, $A-\{B-(2A-B)\}$ 를 x, y 를 써서 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x-y$

해설

$A-\{B-(2A-B)\} = A-(-2A+2B) = 3A-2B$

$A = \dfrac{2x-3y+1}{3}$, $B = \dfrac{x-2y+1}{2}$ 을 대입하면

$3\times\dfrac{2x-3y+1}{3} - 2\times\dfrac{x-2y+1}{2}$

$= 2x-3y+1-x+2y-1 = x-y$

14. 일차부등식 $\frac{5-x}{4}+1>\frac{x+2}{3}-\frac{1}{6}$ 의 해 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

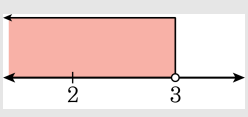
$\frac{5-x}{4}+1>\frac{x+2}{3}-\frac{1}{6}$ 의 양변에 12를 곱하면

$3(5-x)+12>4(x+2)-2$,

$15-3x+12>4x+8-2$,

$-7x>-21$

$\therefore\ x<3$



따라서 만족하는 가장 큰 정수는 2이다.

15. 두 부등식 $0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 와 $\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 의 양변에 10을 곱하면

$5(7x+3) > 13(2x-a)$

$35x + 15 > 26x - 13a$

$9x > -13a - 15$

$\therefore\ x > \frac{-13a-15}{9}$

$\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 양변에 20을 곱하면

$5(x-2) - 4(2x-3) < 20$

$5x - 10 - 8x + 12 < 20$

$-3x + 2 < 20$

$\therefore\ x > -6$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{-13a-15}{9} = -6$

$-13a - 15 = -54$

$-13a = -39$

$\therefore a = 3$

16. 600 원 짜리 A 라면과 450 원 짜리 B 라면을 합하여 9 개를 사고, 그 값이 4500 원 이상 5000 원 미만이 되게 하려고 한다. 봉투값으로 20 원이 들었다면 A 라면은 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

A 라면을 x 개 샀으면 B 라면은 $(9-x)$ 개를 샀다.

$4500 \le 600x + 450(9-x) + 20 < 5000$

$450 \le 15x + 407 < 500$

$43 \le 15x < 93$

$\frac{43}{15} \le x < \frac{93}{15}$

따라서, A 라면은 최대 6 개까지 살 수 있다.

17. 버스가 출발하기까지 2시간의 여유가 있어서 이 시간 동안에 상점에 가서 물건을 사려고 한다. 물건을 사는데 20분이 걸리고 시속 5km로 걷는다면, 역에서 몇 km 이내에 있는 상점을 이용할 수 있는가?

① $\frac{5}{3}$km　② $\frac{25}{6}$km　③ 3km
④ 5km　⑤ $\frac{25}{3}$km

해설

역에서 상점까지의 거리를 x라 하면

$\frac{x}{5}+\frac{20}{60}+\frac{x}{5}\le 2$

$\therefore\ x\le\frac{25}{6}$ (km)

따라서 $\frac{25}{6}$km 이내에 있는 상점을 이용해야 한다.

18. $\frac{4567}{9900} = 0.abc\dot{d}$ 에서 a, b, c, d 는 0, 1, 2, $\cdots$, 9 어느 한 수를 나타낸다. 이때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\frac{4567}{9900} = 0.46\dot{1}\dot{3}$

$a=4,\ b=6,\ c=1,\ d=3$

$\therefore\ a+b+c+d=14$

19. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이다.

$103 = 6 \times 17 + 1$ 이므로 $x_{103} = 8$

20. $1.\dot{3}+3\left\{\frac{2}{3}+\left(0.\dot{5}-\frac{7}{9}\right)\right\}-0.\dot{8}$ 를 계산하여라.

① $1.\dot{5}$ ② $1.\dot{6}$ ③ $1.\dot{7}$ ④ $1.\dot{8}$ ⑤ $1.\dot{9}$

해설

$$\frac{13-1}{9}+3\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{5}{9}-\frac{7}{9}\right)\right\}-\frac{8}{9}=\frac{4}{3}+3\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{9}\right)-\frac{8}{9}$$
$$=\frac{8}{3}-\frac{8}{9}=\frac{16}{9}=1.\dot{7}$$

21. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^{x}=1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$3^{x}=t$ 로 놓으면
$3^{2}\times 3^{x}+3\times 3^{x}+3^{x}$
$=9t+3t+t=1053$
$13t=1053,\ t=81$
$3^{x}=81=3^{4}$
$\therefore x=4$

22. $a-b<0,\ a+b<0,\ b>0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a|>|b|$ ② $a<b$ ③ $a^3<b^3$

④ $a<0$ ⑤ $\left|\frac{1}{a}\right|>\left|\frac{1}{b}\right|$

해설

① $a<0,\ b>0,\ a+b<0$ 에서 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 크다는 것을 알 수 있다. $|a|>|b|$

② $a-b<0$ 에서 $a<b$

③ $a^3<0,\ b^3>0$ $\therefore\ a^3<b^3$

④ $b>0,\ a+b<0$ 에서 $a<0$

⑤ $|a|>|b|$ 이기 때문에 $\left|\frac{1}{a}\right|<\left|\frac{1}{b}\right|$

23. 자연수 n 에 대하여 2^n+3^n 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$, $2^{3n}+3^{2n}$ 의 일의 자리 숫자를 $\mathrm{g}(n)$ 이라고 할 때, $\dfrac{f(2009)}{\mathrm{g}(2009)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{5}{7}$

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 $2,4,8,6$ 이 반복된다.
3^n 의 일의 자리 숫자는 $3,9,7,1$ 이 반복된다.
따라서 2^n+3^n 의 일의 자리 숫자는 $5,3,5,7$ 이 반복된다.
$\therefore f(2009)=5$
$2^{3n}+3^{2n}=8^n+9^n$ 이고,
8^n 의 일의 자리 숫자는 $8,4,2,6$ 이 반복된다.
9^n 의 일의 자리 숫자는 $9,1$ 이 반복된다.
따라서 8^n+9^n 의 일의 자리 숫자는 $7,\ 5,\ 1,\ 7$ 이 반복된다.
$\therefore \mathrm{g}(2009)=7$
$\dfrac{f(2009)}{\mathrm{g}(2009)}=\dfrac{5}{7}$

24. 연립방정식 $x+|y|=10, |x-2y|+3x=15$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답: $\underline{y=}-\frac{25}{2}$

▷ 정답: $x=-\frac{5}{2}$

▷ 정답: $\underline{y=}-\frac{25}{2}$

해설

$1) y \geq 0, x-2y \geq 0$ 일 때

$x+y=10, x-2y+3x=15$

$\therefore x=\frac{35}{6}, y=\frac{25}{6}$

이때, $x-2y \geq 0$ 의 조건에 의해 해는 없다.

$2) y<0, x-2y \geq 0$ 일 때,

$x-y=10, 4x-2y=15$

$\therefore x=-\frac{5}{2}, y=-\frac{25}{2}$

$3) y \geq 0, x-2y<0$ 일 때,

$x+y=10, 2x+2y=15$

이때, 두 연립방정식을 동시에 만족시키는 x, y 는 존재하지 않는다.

$4) y<0, x-2y<0$ 일 때,

$x-y=10, 2x+2y=15$

$\therefore x=\frac{35}{4}, y=-\frac{5}{4}$

이때, $x-2y<0$ 의 조건에 의해 해가 없다.

2) 에 의해서

$x=-\frac{5}{2}, y=-\frac{25}{2}$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 3xy+2yz+zx=9xyz \\ xy+3yz-2zx=10xyz \\ 5xy+4yz-3zx=25xyz \end{cases}$ 의 해를 $x=a$, $y=b$, $z=c$ 라 할 때 $6abc$의 값을 구하여라. (단, $xyz \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 식의 양변을 xyz로 나누면

$\frac{3}{z}+\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=9,\ \frac{1}{z}+\frac{3}{x}-\frac{2}{y}=10,\ \frac{5}{z}+\frac{4}{x}-\frac{3}{y}=25$

$\frac{1}{x}=X,\ \frac{1}{y}=Y,\ \frac{1}{z}=Z$ 라 하면

$\begin{cases} 3Z+2X+Y=9 & \cdots ㉠ \\ Z+3X-2Y=10 & \cdots ㉡ \\ 5Z+4X-3Y=25 & \cdots ㉢ \end{cases}$

㉠ $\times 2+$ ㉡하면 $7Z+7X=28$ $\cdots ㉣$

㉠ $\times 3+$ ㉢하면 $14Z+10X=52 \cdots ㉤$

㉣, ㉤를 연립하여 풀면 $X=1, Z=3$

따라서 $Y=-2$,

$X=\frac{1}{x}, Y=\frac{1}{y}, Z=\frac{1}{Z}$ 이므로

$x=1, y=-\frac{1}{2}, z=\frac{1}{3}$

$\therefore\ 6abc=\ -1$