

1. 다음 조건을 만족하는 x, y 를 바르게 구한 것은?

- ㉠ $40 < x < 60$ 인 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{130}$ 는
유한소수이다.

㉡ $\frac{x}{130}$ 를 기약분수로 고치면 $\frac{2}{y}$ 이다.

- ① $x = 52, y = 10$

② $x = 52, y = 13$

③ $x = 52, y = 5$

④ $x = 65, y = 5$

⑤ $x = 65, y = 2$

해설

$\frac{x}{130} = \frac{x}{2 \times 5 \times 13}$ 이 유한소수이므로, x 는 13 의 배수이고
 $40 < x < 60$ 인 자연수이므로 $x = 52$ 이다.

따라서 기약분수로 고치면 $\frac{52}{130} = \frac{4 \times 13}{2 \times 5 \times 13} = \frac{2}{5} = \frac{2}{y}$ 가 되므
로 $y = 5$ 이다.

2. 100 보다 작은 자연수 x 에 대하여, $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{a-x}$ 이 되고, 이 분수는 유한소수이다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 103

해설

$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 과 11 이 약분되어야 하므로 x 는 33 의 배수이다.

$$x = 33 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{4}$$

$$x = 66 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{2}$$

$$x = 99 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{4}$$

기약분수로 나타냈을 때 $\frac{3}{a-x}$ 이므로

$$x = 99 \text{ 이고 } a - x = a - 99 = 4 \text{ 에서}$$

$a = 103$ 이다.

3. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(\text{좌변}) = 3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3}$$

$$(\text{우변}) = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3=12 \quad \therefore x=9$$

4. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

5. $(x^5)^4 \div (x^3)^4 \div (x^2)^2$ 을 간단히 하면?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$$x^{20} \div x^{12} \div x^4 = x^{20-12-4} = x^4$$

6. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, \quad 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

7. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것은?

① $(-2xy^2) \times (3x)^2 \div (6y)^2 = -\frac{x^3}{2}$

② $14a^2 \div (-2b^2)^2 \times (2ab^2)^2 = 14a^4$

③ $\left(\frac{2}{3}a^2\right)^2 \times (3b^2)^2 \div (4ab^2)^2 = \frac{a^2}{4}$

④ $(10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 = 25a^2$

⑤ $(-4x^2y) \div \left(-\frac{2}{3}y^2\right) \times (2xy^2)^3 = 48x^5y^5$

해설

① $(-2xy^2) \times 9x^2 \times \frac{1}{36y^2} = -\frac{x^3}{2}$

② $14a^2 \div 4b^4 \times 4a^2b^4 = 14a^4$

③ $\frac{4}{9}a^4 \times 9b^4 \times \frac{1}{16a^2b^4} = \frac{a^2}{4}$

④ $(10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2$
 $= 100a^2 \times a^2b^4 \div \frac{1}{9}a^2b^4 = 900a^2$

⑤ $(-4x^2y) \times \left(-\frac{3}{2y^2}\right) \times 8x^3y^6 = 48x^5y^5$

8. $A = (-3xy)^2 \div 2x^3y^3$, $B = (2xy)^3 \times \frac{1}{3x^2y^2}$ 일 때, AB 를 계산하여 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$A = 9x^2y^2 \div 2x^3y^3 = \frac{9}{2xy}$$

$$B = 8x^3y^3 \times \frac{1}{3x^2y^2} = \frac{8xy}{3}$$

$$AB = \frac{9}{2xy} \times \frac{8xy}{3} = 12$$

9. $a = 5$, $b = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a(a - 4b) - (5a^2b - 20a^2b^2) \div 5ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} & a(a - 4b) - (5a^2b - 20a^2b^2) \div 5ab \\ &= a^2 - 4ab - a + 4ab \\ &= a^2 - a \end{aligned}$$

$a = 5$, $b = -\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$a^2 - a = 25 - 5 = 20$$

10. $x = -3, y = -\frac{1}{2}$ 일 때, $(2x^2y - 8xy^2) \div 2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}(2x^2y - 8xy^2) \div 2xy &= \frac{2x^2y - 8xy^2}{2xy} \\ &= x - 4y\end{aligned}$$

이 식에 $x = -3, y = -\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$-3 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -3 + 2 = -1$$

11. $-1 \leq x \leq 3$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $-3b + 4a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

$-1 \leq x \leq 3$ 의 각 변에 3 을 곱하면 $-3 \leq 3x \leq 9$ 이고,
 $2 \leq y \leq 5$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2y \leq -4$ 이다.
두 부등식을 변끼리 더하면
 $-13 \leq 3x - 2y \leq 5$ 이므로 최댓값 $a = 5$, 최솟값 $b = -13$ 이다.
 $\therefore -3b + 4a = -3 \times (-13) + 4 \times 5 = 39 + 20 = 59$

12. 두 수 x, y 의 값의 범위가 $-3 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq \frac{1}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 \leq x^2 - y^2 \leq 9$

해설

$-3 \leq x \leq 1$ 에서 x^2 의 값의 최솟값은 0 이고, 최댓값은 9 이므로
 $0 \leq x^2 \leq 9 \cdots \textcircled{A}$

$-1 \leq y \leq \frac{1}{2}$ 에서 y^2 의 최솟값은 0 이고, 최댓값은 1 이므로
 $0 \leq y^2 \leq 1$ 따라서 $-1 \leq -y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 을 하면

$-1 \leq x^2 - y^2 \leq 9$

13. 부등식 $x + a < 4(x - 1)$ 을 풀면 $x > 3$ 이다. 이때, a 의 값은 얼마인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

먼저 부등식을 풀면,

$$x + a < 4(x - 1)$$

$$x + a < 4x - 4$$

$$x - 4x < -4 - a$$

$$-3x < -4 - a$$

$$x > \frac{4 + a}{3}$$

이때, 해가 $x > 3$ 이므로

$$\frac{4 + a}{3} = 3$$

$$\therefore a = 5$$

14. 다음 부등식을 풀어라.

$$-\frac{1}{2} < \frac{x+1}{2} < \frac{3}{4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2 < x < \frac{1}{2}$

해설

각 변에 2를 곱하면, $-1 < x+1 < \frac{3}{2}$ 이고,

각 변에 -1을 더하면, $-2 < x < \frac{1}{2}$ 이다.

15. $a < 0$ 일 때, 일차부등식 $ax - 1 < 5$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > \frac{6}{a}$

해설

$$ax - 1 < 5$$

$$ax < 6$$

$$\therefore x > \frac{6}{a} \quad (\because a < 0)$$

16. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x + 2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

① -5 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\frac{3^{1-a}}{2} &= \frac{1}{54} \quad ; \quad 3^{1-a} = \frac{1}{27} \quad \therefore a = 4 \\ 4x - 3(x + 2) &< b \\ x < b + 6 &= 11 \\ b = 5 \quad \therefore ab &= 20\end{aligned}$$

17. 부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-a}{4} \leq 1$ 의 해 중 가장 큰 수가 -1 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-a}{4} \leq 1$ 을 정리하면

$$4(x-2) - 3(x-a) \leq 12 \text{ 에서 } 4x - 8 - 3x + 3a \leq 12$$

$$\therefore x \leq 20 - 3a$$

해 중 가장 큰 수가 -1 이므로

x 의 최댓값이 -1 이 된다.

$$20 - 3a = -1$$

$$\therefore a = 7$$

18. 부등식 $3 - ax \geq 6$ 의 해 중 가장 큰 수가 -3 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

부등식 $3 - ax \geq 6$ 을 정리하면

$$-ax \geq 3 \text{ 에서 } x \leq -\frac{3}{a}$$

부등식을 만족 하는 가장 큰 수가 -3 이므로

$$-\frac{3}{a} = -3$$

$$3a = 3$$

$$\therefore a = 1$$

19. 40 개가 들어 있는 사과를 상자 당 35000 원에 5 상자를 사고, 운반비로 25000 원을 지불하였다. 그런데 한 상자에 4 개 꼴로 썩은 것이 있어 팔 수 없었다. 사과 1 개에 원가의 약 몇 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 전체 들어간 금액의 10% 이상의 이익이 생기는가?
- ① 16% 이상 ② 18% 이상 ③ 20% 이상
④ 22% 이상 ⑤ 23% 이상

해설

사과 1 개의 원가 $\frac{35000 \times 5 + 25000}{5 \times 40} = \frac{200000}{200} = 1000$ (원)
이고, 팔 수 있는 사과는 $200 - 20 = 180$ (개) 이므로
 $x\%$ 의 이익을 붙여서 판다고 하면
 $1000 \times 180(1 + \frac{x}{100}) \geq 200000 \times 1.1$
 $\therefore x \geq 22. \times \times$
따라서 23% 이상의 이익을 붙여야 한다.

20. 가게 주인이 5000 원짜리 물건을 사서 500 원의 운임을 주고 가져와 팔 때, 투자한 돈의 20% 이상의 이익을 얻으려면 원래 물건 가격보다 몇 % 이상 올려 받아야 하는가?

- ① 30% ② 31% ③ 32% ④ 33% ⑤ 34%

해설

$$\begin{aligned}\frac{100+x}{100} \times 5000 &\geq 1.2 \times 5500 \\ 100+x &\geq 132 \\ x &\geq 32 \\ \therefore &32\% \text{ 이상}\end{aligned}$$

21. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax - by = 2 \\ -2ax + 3by = 8 \end{cases}$ 의 해 x, y 가 각각 4와 6의 최대공약수, 최소공배수일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

4와 6의 최대공약수, 최소공배수는 2와 12이므로 $x = 2, y = 12$ 이다.

(2, 12)를 $\begin{cases} ax - by = 2 \\ -2ax + 3by = 8 \end{cases}$ 에 대입하면

$$\begin{cases} 2a - 12b = 2 & \cdots (1) \\ -4a + 36b = 8 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) \times 3 + (2)$ 를 하면 $2a = 14$

$\therefore a = 7, b = 1$

22. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ \frac{x}{2} - \frac{2}{3}(x-y) = -\frac{1}{6} \end{cases}$ 의 해를 x, y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

- ① $\frac{36}{11}$ ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ \frac{x}{2} - \frac{2}{3}(x-y) = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x - 4(x-y) = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ -x + 4y = -1 \end{cases} \text{ 을 풀면}$$

$$\therefore x = 5, y = 1$$

$$\therefore x + y = 6$$

23. $ax + by = 2(ax - by) - 3 = x + y + 7$ 의 해가 $x = 3, y = 1$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

연립방정식에 $x = 3, y = 1$ 을 대입하면

$$3a + b = 2(3a - b) - 3 = 11$$

$$\begin{cases} 3a + b = 11 & \dots ① \\ 6a - 2b = 14 & \dots ② \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ②를 하면

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$$

24. 연립방정식 $3x^2 + z^2 = y^2, y^2 - 7z^2 = 2x^2 + 10$ 을 만족하는 세 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$3x^2 - y^2 + z^2 = 0 \dots \textcircled{7}$$

$$2x^2 - y^2 + 7z^2 = -10 \cdots \textcircled{L}$$

㉠ - ㉡ 을 하면 $x^2 - 6z^2 = 10$

이때, x, z 는 정수이면 x^2, z^2 은 제곱수이므로

$$x^2 = 16, z^2 = 1$$

따라서 $y^2 = 49$

따라서 $x = -4$ 또는 4 , $y = -1$ 또는 1 , $z = -7$ 또는 7 이므로

(x, y, z) 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

25. 연립방정식 $\begin{cases} y = -2x - 3 \\ mx + 3y = 8m \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $4x = -3y - 11$ 을 만족시킬 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{7}$

해설

$4x = -3y - 11$ 에 $y = -2x - 3$ 을 대입하면

$$4x = -3(-2x - 3) - 11$$

$$4x = 6x + 9 - 11$$

$$-2x = -2$$

$$x = 1$$

$$y = -2 \times 1 - 3 = -5$$

$mx + 3y = 8m$ 에 $(1, -5)$ 를 대입하면

$$m - 15 = 8m$$

$$7m = -15$$

$$\therefore m = -\frac{15}{7}$$

26. 다음 세 직선이 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3y = 1 \\ (a + 2)x - ay = 8 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{cases} x + y = 3 & \cdots (1) \\ 2x - 3y = 1 & \cdots (2) \end{cases} \text{에서 } (1) \times 3 + (2) \text{를 하면 } 5x = 10$$

따라서 $x = 2, y = 1,$

$(2, 1)$ 을 $(a + 2)x - ay = 8$ 에 대입하면

$$2(a + 2) - a = 8$$

$$\therefore a = 4$$

27. 연립방정식 $\begin{cases} x+3y=10 \\ ax-3y=2 \end{cases}$ 에서 x 의 값이 y 의 값보다 2 만큼 클 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = y + 2$ 이므로 $\begin{cases} x+3y=10 \\ x=y+2 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x = 4, y = 2$

가 나온다.

위에서 구한 해를 $ax - 3y = 2$ 에 대입하면, $4a - 6 = 2, a = 2$ 가 나온다.

28. $x \geq y$ 인 x, y 에 대하여 $M(x, y) = x$, $m(x, y) = y$ 로 정의한다. 연립방정식 $2x + 3y - M(x, y) = 1$, $x + y + m(x, y) = -7$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{15}{2}$

▷ 정답 : $y = 8$

해설

1) $x \geq y$ 일 때, $M(x, y) = x, m(x, y) = y$ 이므로
주어진 연립방정식은
 $2x + 3y - x = 1, x + y + y = -7$
 $\therefore x = -23, y = 8$ 그러나 $x \geq y$ 의 조건에 맞지 않는다.
2) $x < y$ 일 때, $M(x, y) = y, m(x, y) = x$ 이므로
주어진 연립방정식은
 $2x + 3y - y = 1, x + y + x = -7$
 $x = -\frac{15}{2}, y = 8$
1), 2) 에 의하여 구하려는 해는 $x = -\frac{15}{2}, y = 8$

29. 집에서 10km 떨어진 할머니 댁에 가는 데 민지는 시속 2km 의 속력으로 걸어가고, 부모님은 차를 타고 시속 20km 의 속력으로 민지와 같은 지점에서 동시에 출발하였다. A 지점에서 엄마는 차에서 내려서 걸어가고 아빠는 차로 되돌아가 걸어오던 민지를 태우고 가서 민지와 부모님이 동시에 할머니 댁에 도착하였다. 이 때, 엄마와 민지가 걸은 거리를 구하여라.
(단, 엄마와 민지의 걸은 거리와 걷는 속력은 각각 같고, 차를 타고 내리는 데 걸리는 시간은 생각하지 않는다.)

▶ 답 : km

▷ 정답 : $\frac{20}{13}$ km

해설

걸어서 간 거리를 xkm, 차를 타고 간 거리를 ykm 라 하면
차가 되돌아 간 거리는 y - x(km) 이다.
집에서 할머니 댁까지의 거리가 10km 이므로 $x + y = 10 \cdots \textcircled{㉠}$
엄마가 A 지점에서 할머니 댁까지 걸어간 시간은 차가 되돌아 갔다가 민지를 태우고
다시 할머니 댁까지 가는 시간과 같으므로
 $\frac{x}{2} = \frac{y-x}{20} + \frac{y}{20} \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하면 $x = \frac{20}{13}, y = \frac{110}{13}$
따라서 엄마와 민지가 걸은 거리는 $\frac{20}{13}$ km 이다.

30. 어느 공원의 산책로 길이 11km 이다. 이 길을 처음에는 시속 3km 로 걷다가 도중에 시속 12km 로 뛰었더니 총 2 시간 40 분이 걸렸다. 이 때, 뛴 거리를 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답 : 4 km

해설

시속 3km 로 걸어 간 거리 x km , 시속 12km 로 달려 간 거리 y km 라고 하면,

$$\begin{cases} x+y=11 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{12}=\frac{160}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=11 & \cdots \textcircled{7} \\ 4x+y=32 & \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

에서 ㉔ - ㉗을 하면 $x = 7$ 이다. x 를 ㉗에 대입하면 $y = 4$ 이다.
따라서 달린 거리는 4km 이다.

31. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 의 그래프의 점 $A(2, n)$ 를 지나고, $y = \frac{2}{3}x + b$ 의 그래프와 x 축 위에서 만날 때, $a \times b$ 의 값은?

① -2 ② $-\frac{35}{18}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

점 A 의 좌표를 구하면, $A(2, -2)$ 이다.

$A(2, -2)$ 를 $y = ax + 1$ 의 식에 대입하면

$-2 = 2a + 1, a = -\frac{3}{2}$ 이다.

$y = -\frac{3}{2}x + 1$ 의 x 절편을 구하면 $x = \frac{2}{3}$ 이고

$y = \frac{2}{3}x + b$ 에 점 $(\frac{2}{3}, 0)$ 을 대입하면

$0 = \frac{4}{9} + b, b = -\frac{4}{9}$ 이다.

$\therefore a \times b = \frac{2}{3}$

32. 일차함수 $y = 2ax - 6$ 의 그래프의 x 절편이 3 일 때, $a + f(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2ax - 6$ 의 그래프의 x 절편이 3 이므로

$$0 = 2a \times 3 - 6$$

$$a = 1$$

따라서 주어진 함수는 $y = 2x - 6$ 이고,

$$f(4) = 2 \times 4 - 6 = 2$$

$$\therefore a + f(4) = 1 + 2 = 3$$

33. 일차함수 $y = -3x + 12$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = mx$ 가 이등분할 때, m 의 값을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = mx$ 는 $(4, 0)$ 과 $(0, 12)$ 의 중점 $(2, 6)$ 을 지나므로 $m = 3$ 이다.

34. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은? (단, $a > 0$)

(가) 점 $(3, 0)$ 을 지난다.
(나) 이 일차함수의 그래프와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 6이다.

- ① 3
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ -3
- ④ $-\frac{1}{3}$
- ⑤ $-\frac{16}{3}$

해설

i) $a > 0$ 이고 x 절편이 3이므로 y 절편 $b < 0$ 이다.
이때, 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times (-b) = 6$ 이므로 $b = -4$ 이다.
ii) $(3, 0), (0, -4)$ 를 지나므로
$$a = \frac{0 - (-4)}{3 - 0} = \frac{4}{3}$$
$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{\frac{4}{3}}{-4} = -\frac{1}{3}$$

35. 거리가 5m 인 두 지점 A, B 를 끝별 한 마리가 1m/s 의 일정한 속도로 1 분 동안 왕복한다. 끝별이 A 에서 출발한 후, 이동한 시간을 x 초, x 초 후에 끝별과 A 지점 사이의 거리를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

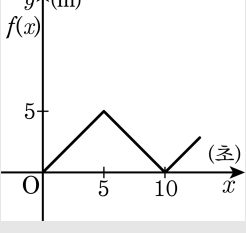
해설

별이 A 지점에서 B 지점까지 가는 데는 $\frac{5}{1} = 5$ (초)가 걸린다.

즉, $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $f(x) = x$

또 5 초 후에는 B 지점에서 A 지점으로 이동하므로

$5 \leq x \leq 10$ 일 때, $f(x) = 5 - x$



1 분 동안 왕복하므로 $0 \leq x \leq 60$ 일 때,

$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 5\right) \times 6 = 150$ 이다.

36. 0이 아닌 상수 a, b 에 대하여 네 직선 $y = ax + b, y = -ax - b, y = -ax + b, y = ax - b$ 가 만나서 이루는 사각형을 직선 $y = mx$ ($m \neq 0$) 가 이등분할 때, 두 부분을 S_1, S_2 라 하고 두 도형의 둘레의 길이를 각각 a_1, a_2 라 한다. 이때, $\frac{4a_1a_2}{(a_1 + 2a_2)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{9}$

해설

세 직선은 $y = ax + b$ 를 각각 x 축, y 축, 원점 대칭이동한 직선 이고 만들어진 사각형은 마름모이다.

또 마름모의 대각선은 x 축과 y 축이며 대각선의 교점은 원점 이다.

마름모의 대각선의 교점을 지나는 직선은 마름모를 이등분하므로 $y = mx$ 를 기준으로 나뉜 두 도형 S_1, S_2 의 둘레의 길이는 같다.

$$a_1 = a_2$$

$$\therefore \frac{4a_1a_2}{(a_1 + 2a_2)^2} = \frac{4a_1^2}{(3a_1)^2} = \frac{4}{9}$$

37. 두 직선 $x - y - 3 = 0$, $x + 2y = 0$ 과 점 $A(0, -3)$ 을 지나는 직선 $l: y = ax + b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 9 일 때, ab 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

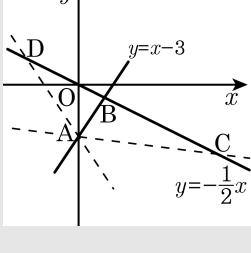
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

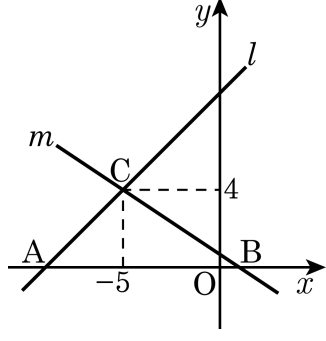
▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설



$A(0, -3)$, $B(2, -1)$ 이고 $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$ 이다. 그런데 조건에 적합한 넓이가 9 인 삼각형은 그림과 같이 두 개다.
 $\triangle AOD = 6$, $\triangle AOC = 12$
따라서 점 A 와 점 $D(-4, 2)$, 점 $C(8, -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은
각각 $y = -\frac{5}{4}x - 3$, $y = -\frac{1}{8}x - 3$ 이다.
그러므로 ab 의 값이 될 수 있는 수는 $\frac{15}{4}$, $\frac{3}{8}$ 이다.

38. 다음 그림에서 직선 ℓ , m 의 기울기는 각각 1 , $-\frac{2}{3}$ 이고, 교점의 좌표가 $C(-5, 4)$ 이다. ℓ , m 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10
- ② 20
- ③ 30
- ④ 40
- ⑤ 50

해설

$\ell : y = x + b$ 에 점 $(-5, 4)$ 를 대입하면
 $4 = -5 + b$ 에서 $b = 9$
 $\therefore y = x + 9$
점 A는 이 식의 x 절편이므로 $y = 0$ 일 때,
 $0 = x + 9 \quad \therefore x = -9$
 $m : y = -\frac{2}{3}x + c$ 에 점 $(-5, 4)$ 를 대입하면
 $4 = \frac{10}{3} + c$ 에서 $c = -\frac{2}{3}$
 $\therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$
점 B는 이 식의 y 절편이므로 $y = 0$ 일 때,
 $0 = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$ 에서 $\therefore x = 1$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-9)\} \times 4 = 20$

39. 두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y=3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은?

- ㉠ $-\frac{1}{2}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{2}$ ㉣ $\frac{1}{3}$ ㉤ $\frac{1}{4}$

해설

두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점은 $(0, 1)$ 이고,
 $2x-y=3 \rightarrow y=2x-3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서
 $y=2x+b$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입한다. $1=2 \times 0 + b$, $b=1$
 $\therefore y=2x+1$

이 방정식의 x 절편은 $y=0$ 일 때의 x 값이므로, x 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

40. 두 직선 $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ -2x + y = 5 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ -2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 4 & \cdots \textcircled{A} \\ -6x + 3y = 15 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 에서 $11x = -11, x = -1, y = 3$

y 축에 수직이므로 x 축에 평행하다.

$\therefore y = 3$