1. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

① 3 ② 5 ③ 13 ④ 24 ⑤ 36

해설

① 72 와 3 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.
④ 72 와 24 의 최대공약수는 8 이므로 서로소가 아니다.
⑤ 72 와 36 의 최대공약수는 36 이므로 서로소가 아니다.
따라서 주어진 수 중에서 72 와 서로소인 것은 5 와 13 이다.

2. 5 로 나누어도 3 이 남고, 6 으로 나누어도 3 이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 33

▷ 정답: 63

▷ 정답: 93

해설

구하는 수는 5 , 6 의 공배수보다 3 만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5 , 6 의 최소공배수는 30 이므로 5 , 6 의 공배수는 $30, 60, \cdots$ 이다.
따라서 구하는 수는 $33, 63, 93$ 이다.

3. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

11 22 51 53 79 149

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

4. 156 의 소인수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 13

해설

$156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
소인수는 2, 3, 13 이다.

5. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$3\overline{)\,75}$
$5\overline{)\,25}$
$\quad 5$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\dfrac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

6. 630의 약수의 개수는?

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 24 ⑤ 30

해설

$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$ (개)

7. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$(2+1)(n+1) = 24$

$n+1 = 8$

$\therefore\ n = 7$

8. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$ ⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

9. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 36 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 216

해설

최소공배수의 배수인 36, 72, 108, 144, 180, 216, ··· 중 200 에 가장 가까운 수는 216 이다.

10. 1부터 150까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 70 개

해설

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 50개
1부터 150까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 30개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 10개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
$50 + 30 - 10 = 70$

11. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{4^3} = \dfrac{1}{64}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \dfrac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{3^4} = \dfrac{1}{81}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{1}{900}$

12. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$3^1(=3)$	3
$3^2(=3\times3=9)$	9
$3^3(=3\times3\times3=27)$	7
$3^4(=3\times3\times3\times3=81)$	1
$3^5(=3\times3\times3\times3\times3=243)$	3
$3^6(=3\times3\times3\times3\times3\times3=729)$	9
⋮	⋮

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.

13. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24　② 38　③ 56　④ 60　⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

14. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a+n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$686 = 2 \times 7^3$
$n = 14, \quad a = 7$
$a + n = 7 + 14 = 21$

15. $27\times\square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3\times\square$에서 $\square=a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1)\times(x+1)=12$ (개) 이므로

$(3+1)\times(x+1)=4\times(x+1)=12$

$x+1=3$ $\therefore\ x=2$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$\square=2^2$

16. 45와 75의 공약수의 개수는?

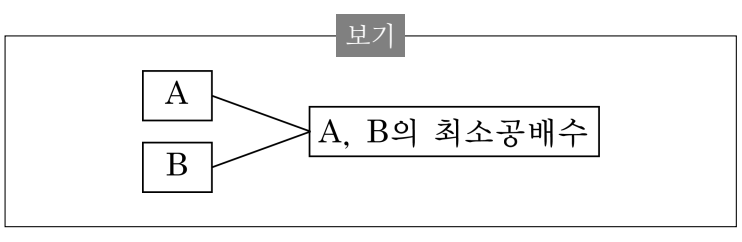
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

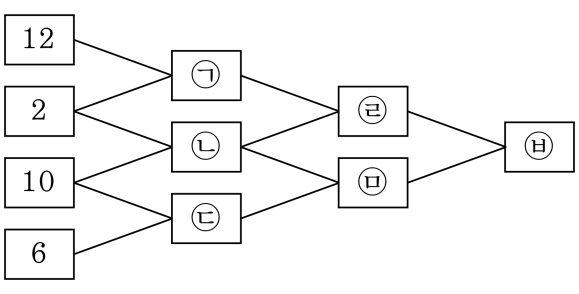
$45 = 3^2 \times 5,\ 75 = 3 \times 5^2$
45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개)

17. 다음 보기는 서로 다른 두 수의 최소공배수들의 관계를 나타낸 것이다.

보기



위와 같이 빈칸에 들어가야 할 수를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠ 12

▷ 정답: ㉡ 10

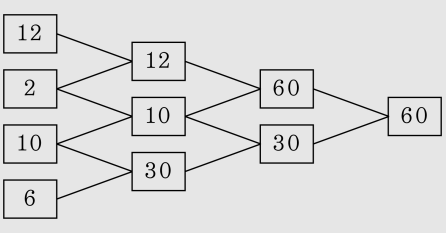
▷ 정답: ㉢ 30

▷ 정답: ㉣ 60

▷ 정답: ㉤ 30

▷ 정답: ㉥ 60

해설



18. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\begin{array}{l} 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ a \times b \times c \times d \\ \hline 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

$\therefore\ a = 2^5,\ b = 1,\ 3, 3^2,\ c = 1,\ 5,\ d = 7$

따라서, A 는 $2^5 \times 7,\ 2^5 \times 5 \times 7,\ 2^5 \times 3 \times 7$,

$2^5 \times 3 \times 5 \times 7,\ 2^5 \times 3^2 \times 7,\ 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

19. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.
따라서 3 개이다.

20. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

① 사과 3 개, 귤 2 개, 배 4 개　② 사과 4 개, 귤 2 개, 배 6 개

③ 사과 3 개, 귤 3 개, 배 5 개　④ 사과 4 개, 귤 3 개, 배 5 개

⑤ 사과 3 개, 귤 2 개, 배 5 개

해설

$48 = 2^4 \times 3,\ 36 = 2^2 \times 3^2,\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5$
48, 36, 60 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 사과 4 개, 귤 3 개, 배 5 개이다.

21. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 18 ⑤ 24

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,
$72 = 2^3 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore\ 2 \times 3^2 = 18$

22. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.

▶ 답: 주 후

▷ 정답: 20 주 후

해설

여학생은 $16 \div 4 = 4$ (주) 마다, 남학생은 $30 \div 6 = 5$ (주) 마다 당번이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

23. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 12, 126　② 14, 42　③ 6, 126

④ 18, 42　⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$)라 하면

$$6\overline{)\,A \quad B}$$
$$\quad\;\; a \quad b$$

최소공배수 $126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 21$ ($a < b$, a, b 는 서로소)

$\therefore\ (a,\ b) = (1,\ 21),\ (3,\ 7)$

따라서 $A = 6$, $B = 126$ 또는 $A = 18$, $b = 42$

24. 자연수 A 와 20 의 최대공약수가 4 이고, 최소공배수가 80 일 때, 자연수 A 는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$A \times 20 = 4 \times 80$ 이므로

$\therefore\ A = 4 \times 4 = 16$

25. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115 와 92 의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115 와 92 의 최대공약수인 23 의 약수 1, 23 이다.