

1. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 의 원소 x 에 Y 의 원소 y 가 다음 보기와 같이 대응될 때, 이 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x \rightarrow x + 1$

㉡ $x \rightarrow 2x - 1$

㉢ $x \rightarrow x^2 + 2$

① ㉠

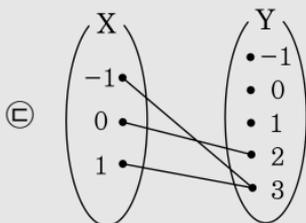
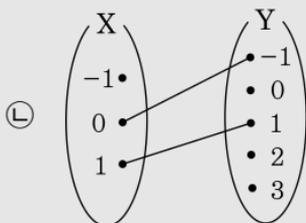
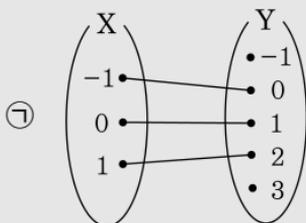
② ㉡

③ ㉢

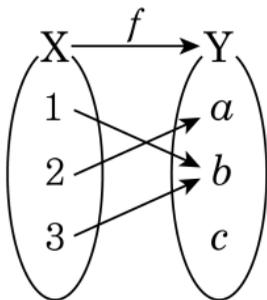
④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설



2. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$ ② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$
 ③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$ ④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

해설

3. 함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $f(f(1)) + f(f(-2))$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

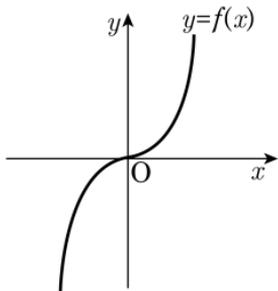
$f(x) = (x - 1)(x + 2)$ 에서

$f(1) = 0, f(-2) = 0, f(0) = -2$ 이고

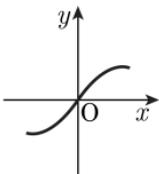
$f(f(1)) = f(f(-2)) = f(0)$ 이다.

$\therefore f(f(1)) + f(f(-2)) = 2f(0) = -4$

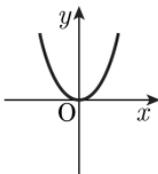
4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



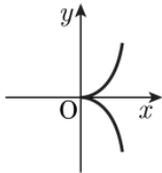
①



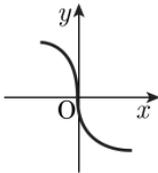
②



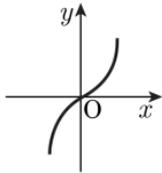
③



④



⑤



해설

$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

5. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$, $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로

$2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서

$3x^2 - 12x - 15 = 0$, $3(x^2 - 4x - 5) = 0$

$(x - 5)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 5, -1$

즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.

$\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

6. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

① $a = 1, b = -1$

② $a = 1, b = 1$

③ $a = 2, b = -1$

④ $a = 2, b = 0$

⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{A}$$

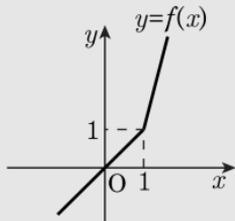
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

따라서 주어진 보기 중 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을

모두 만족시키는 것은 \textcircled{C} 이다.



7. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$

② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$

④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$$

8. 두 함수 $f(x) = -3x+k$, $g(x) = 2x+4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16

② -14

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$f(x) = -3x + k, g(x) = 2x + 4 \text{에서}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \text{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \text{㉡}\end{aligned}$$

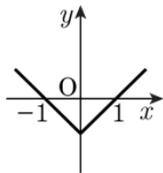
㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$

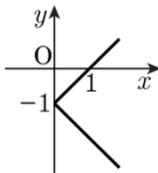
$$\therefore k = -16$$

9. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

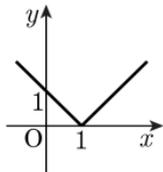
①



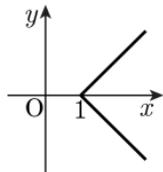
②



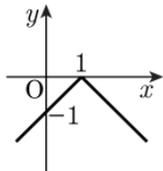
③



④



⑤



해설

$|y| = x - 1$ 에서

$y \geq 0$ 일 때,

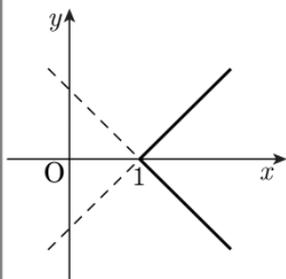
$y = x - 1$

$y < 0$ 일 때,

$-y = x - 1, y = -x + 1$

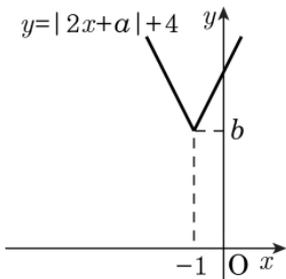
따라서, 그래프는 다음

그림과 같다.



10. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

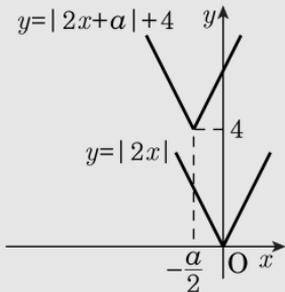
즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향
 으
 $-\frac{a}{2}$ 만큼,
 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, \quad b = 4$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



11. 두 함수 $f(x) = 4x - 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $h \circ g = f$ 를 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $h(x) = x + 4$

② $h(x) = 2x - 5$

③ $h(x) = 3x + 2$

④ $h(x) = 3x + 5$

⑤ $h(x) = 5x + 3$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면

$$h \circ g = f \text{ 에서 } a(2x + 1) + b = 4x - 3$$

$$\therefore 2a = 4, a + b = -3$$

이것을 풀면 $a = 2, b = -5$

따라서 $h(x) = 2x - 5$

12. $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ 이고 $f_2 = f \circ f$, $f_3 = f \circ f \circ f$, \dots , $f_n = f_{n-1} \circ f$ 라고 정의할 때, $f_{2000}(-1)$ 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned} f_2(x) &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{x-1} \end{aligned}$$

$$f_3(x) = (f_2 \circ f)(x) = \frac{-1}{1 - \frac{1}{x} - 1} = x \quad \text{즉} \quad f_3 = I \text{ (항등함수)}$$

이므로

$$f_{2000}(-1) = f_{3 \times 666 + 2}(-1) = f_2(-1) = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}$$

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f\left(\frac{3x+1}{2}\right) = 6x-5$ 일 때,
 $f(2x+1)$ 을 구하면?

① $x-1$

② $2x-2$

③ $4x-2$

④ $6x-3$

⑤ $8x-3$

해설

$$\frac{3x+1}{2} = t \text{ 라 하면 } 2t = 3x+1$$

$$\therefore x = \frac{2t-1}{3}$$

$$f\left(\frac{3x+1}{2}\right) = 6x-5 \text{ 에서}$$

$$f(t) = 6 \cdot \frac{2t-1}{3} - 5 = 4t-7$$

$$\therefore f(2x+1) = 4(2x+1) - 7 = 8x-3$$

14. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(A \cup B) = 16$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B)$$

$$= 16 - 12 + 5 = 9$$

$$\therefore n(B) = 9$$

15. 다음 집합을 조건제시법으로 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$

② $A - B = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$

③ $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$

④ $A^c = \{x | x \in U \text{ 또는 } x \notin A\}$

⑤ $B - A = \{x | x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$

해설

$$A^c = \{x | x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

17. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

18. 명제 ' $a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다'의 대우를 구하면?

① $a^2 \geq b^2$ 이면 $a > b$ 이다

② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$ 이다

③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$ 이다

④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다

⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

$$\therefore a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$$

19. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{2y}\right) \left(8y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{2y}\right) \left(8y + \frac{1}{x}\right) &= 8xy + \frac{1}{2xy} + 5 \\ &\geq 2\sqrt{8xy \times \frac{1}{2xy}} + 5 \\ &= 4 + 5 = 9\end{aligned}$$

20. 길이가 16 m인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① 8 m^2

② 16 m^2

③ 25 m^2

④ 36 m^2

⑤ 64 m^2

해설

가로를 x , 세로를 y 라 하자.

$$2(x + y) = 16 \quad x + y = 8$$

산술기하평균을 사용하면,

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$4 \geq \sqrt{xy}$$

$$\Rightarrow 16 \geq xy$$

\therefore 넓이의 최대값 : $16(\text{m}^2)$