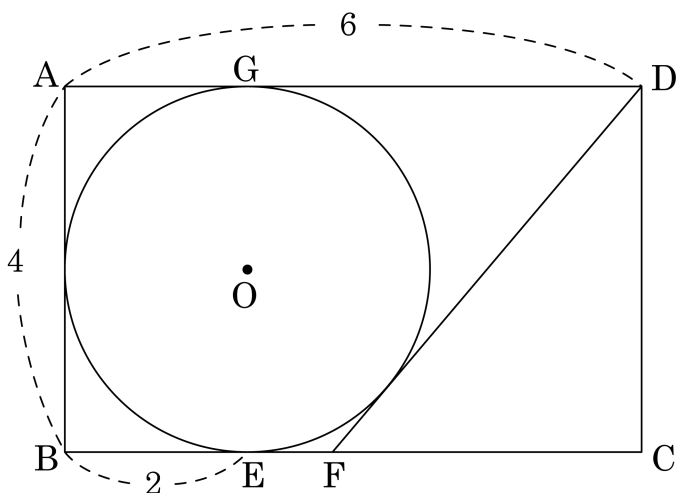


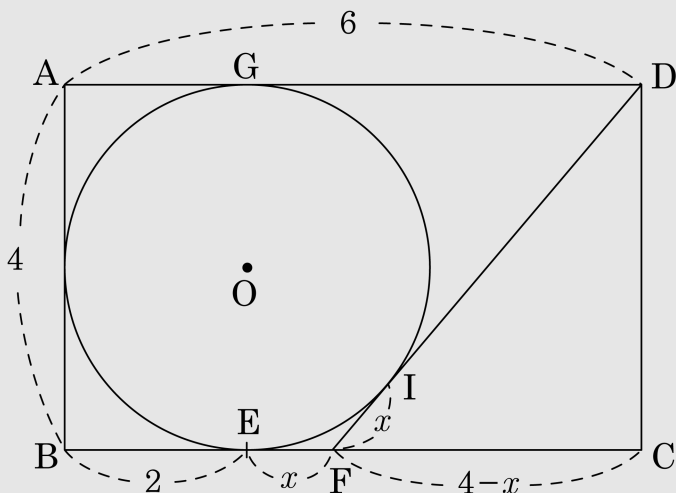
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. DF 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설



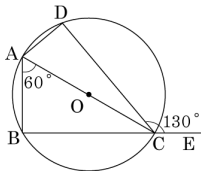
$$\overline{BE} = 2 \text{ 이므로 } \overline{AG} = 2, \overline{DI} = 4$$

$$\overline{FI} = \overline{EF} = x \text{ 로 놓으면 } \overline{CF} = 4 - x$$

$$\therefore (4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2, 16x = 16, x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{EF} = 1$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이고, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle DCE = 130^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하면?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

⑤ 30°

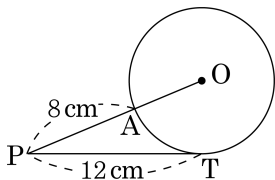
해설

$$\angle DCE = \angle DAB = 130^\circ$$

$$\angle DAO = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ = \angle DBC$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\overline{PA} = 8\text{ cm}$, $\overline{PT} = 12\text{ cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

반지름의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면

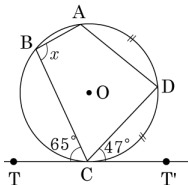
$$12^2 = 8(8 + 2x)$$

$$144 = 64 + 16x$$

$$16x = 80$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$

4. 다음 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 직선 TT' 은 점 C 에서 원 O 에 접한다.
 $5.0pt\widehat{CD} = 5.0pt\widehat{AD}$, $\angle DCT' = 47^\circ$, $\angle BCT = 65^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

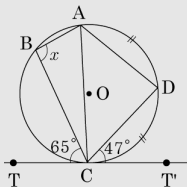
▶ 정답 : $94_\underline{\hspace{1cm}}$

해설

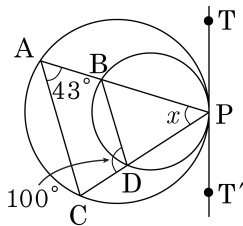
그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하면

$$\angle CAD = 47^\circ, \angle ACD = 47^\circ, \angle ADC = 180^\circ - (47^\circ \times 2) = 86^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$



5. 다음 그림에서 직선 TT' 는 두 원의 공통인 접선이다. $\angle PAC = 43^\circ$, $\angle BDC = 100^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▶ 정답 : 57°

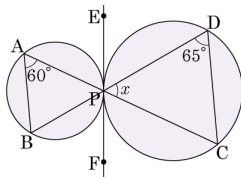
해설

$\angle PBD = \angle CPT' = \angle PAC = 43^\circ$ 이므로 $\triangle BDP$ 에서

$$\angle PBD + \angle x = 43^\circ + \angle x = 100^\circ$$

$$\therefore \angle x = 57^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\angle BAP = 60^\circ$, $\angle CDP = 65^\circ$ 이고 직선 EF 는 두 원의 공통접선이다. $\angle DPC$ 의 크기는? (단, P 는 공통접점이다.)



① 55°

② 53°

③ 51°

④ 49°

⑤ 47°

해설

$$\angle A = \angle BPF = 60^\circ \text{ (접현각)}$$

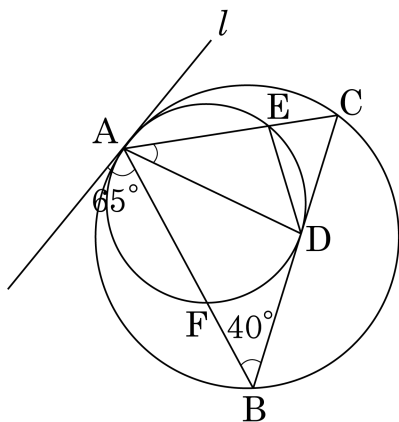
$$\angle D = \angle CPF = 65^\circ \text{ (접현각)}$$

$$\therefore \angle BPF + \angle CPF + \angle CPD = 180^\circ$$

$$60^\circ + 65^\circ + x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 55^\circ$$

7. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기를 구하여라.

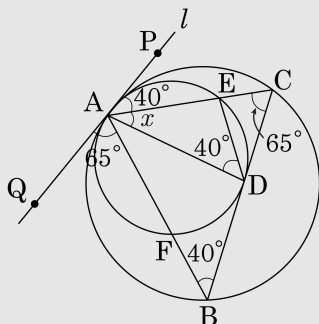


▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 37.5°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 40^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 65^\circ$



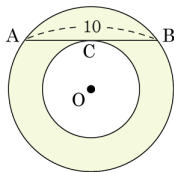
$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 40^\circ$

$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 40^\circ + \angle x + 65^\circ = 180^\circ$ 이다.

$\therefore \angle x = 37.5^\circ$

8. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 10π

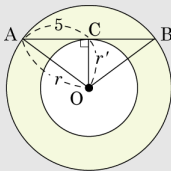
② 15π

③ 20π

④ 25π

⑤ 30π

해설



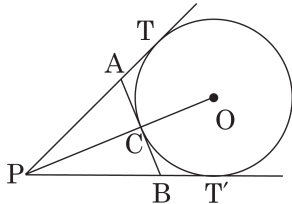
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

9. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T' 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$

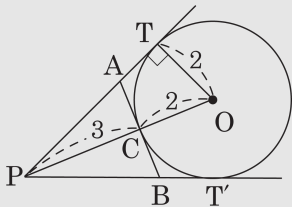
② $\sqrt{21}\text{cm}$

③ $2\sqrt{21}\text{cm}$

④ $\sqrt{29}\text{cm}$

⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설

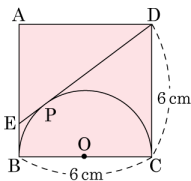


$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}$, $\overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로

$$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$$

$$\overline{PT} = \overline{PT'} \quad \therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$$

10. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 6cm인 정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{27}{2}$ cm

② $\frac{25}{2}$ cm
⑤ $\frac{15}{4}$ cm

③ 13 cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x$$

$$\overline{AE} = 6 - x$$

△AED에서

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36$$

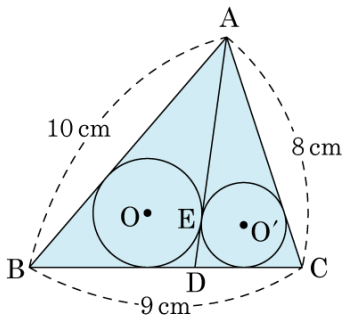
$$x = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$\text{따라서 } \overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} (\text{cm})$$

11. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접 원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 2.3 cm
③ 3.8 cm ④ 4 cm

⑤ 4.5 cm



해설

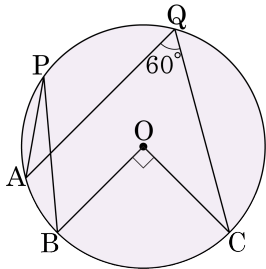
$$10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$\therefore \overline{AE} - \overline{ED} = \frac{9}{2} = 4.5(\text{ cm})$$

12. 다음 그림의 $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle AQC = 60^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 25°
 ④ 30° ⑤ 35°



해설

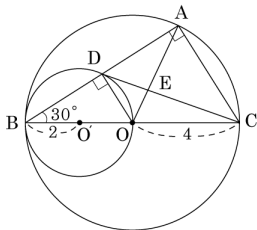
중심 O 와 A 를 이으면 $\widehat{AC}$ 의 원주각이 60° 이므로 중심각 $\angle AOC = 120^\circ$ 이다.

$$\angle AOB = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$\widehat{AB}$ 의 중심각 $\angle AOB = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 원주각 $\angle APB = 15^\circ$

13. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$

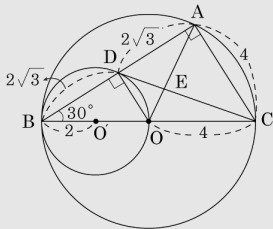
② $\frac{\sqrt{7}}{2}$

③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

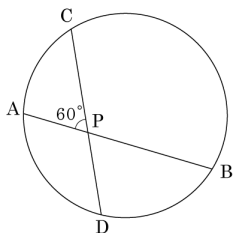


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

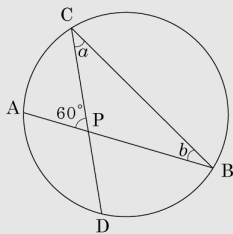
$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

14. 다음 그림의 원에서 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 하자. $\angle APC = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설

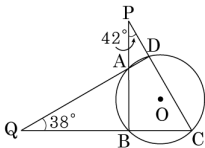


선분 BC 를 긋고, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각을 a° $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 원주각을 b° 라 하면 $a^\circ + b^\circ = 60^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각의 합이 60° 이므로 그들의 중심각의 합은 120° 이다.

따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $120^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{3}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 $\square ABCD$ 에서 $\overline{DA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 연장선의 교점을 Q , $\overline{BA}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 P 라 하자. $\angle P = 42^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 50°

② 52°

③ 54°

④ 56°

⑤ 58°

해설

$\angle BCD = x$ 라고 하면

$$\angle CBP = 180^\circ - 42^\circ - x = 138^\circ - x$$

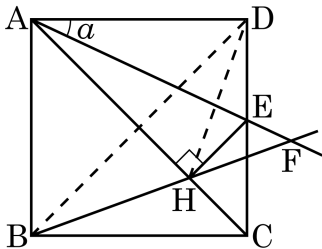
$$\angle QDC = 180^\circ - 38^\circ - x = 142^\circ - x$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$138^\circ - x + 142^\circ - x = 180^\circ - 2x = -100^\circ$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$

16. 정사각형 ABCD의 변 CD 위의 점 E에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 H, 두 선분 AE와 BH의 연장선이 만나는 점을 F라고 하고 $\angle DAE = a$ 라고 할 때, $\angle EHF$ 의 크기를 구하여라.



① $5a^\circ$

② $4a^\circ$

③ $3a^\circ$

④ $2a^\circ$

⑤ a°

해설

$\angle AHE = \angle ADE = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, H, E, D는 한 원 위에 있다. 따라서 호 $\widehat{DE}$ 에 대한 원주각은 모두 같으므로, $\angle DAE = \angle DHE = a$ 이다.

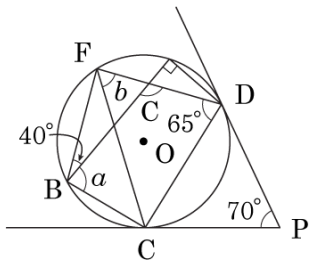
$\overline{BD} // \overline{HE}$ 이므로

$$\angle BDC = \angle HEC = 45^\circ, \angle DHE = \angle HDB$$

또한, $\overline{HD} = \overline{HB}$ 이므로 $\angle HBD = \angle HDB = a$

$$\therefore \angle EHF = \angle HDB = a$$

17. 다음 그림에서 두 반직선은 원 O의 접선이다. $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle EDC = 65^\circ$, $\angle EBF = 40^\circ$, $\angle CPD = 70^\circ$ 일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기는?



- ① 240° ② 245° ③ 255° ④ 260° ⑤ 320°

해설

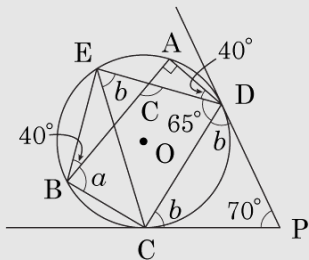
1) 사각형 EBCD 가 원에 내접하
므로 $\angle a + 40^\circ + 65^\circ = 180^\circ \therefore$
 $\angle a = 75^\circ$

2) 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

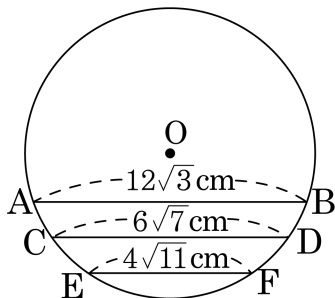
$$\angle b = \angle \text{PDC} = \angle \text{PCD} = 55^\circ (\because \overline{\text{PD}} = \overline{\text{PC}})$$

3) $\triangle ADE$ 에서 $\angle c = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ (이 때, $\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로 $\angle FBA = \angle ADF = 40^\circ$)

따라서, $\angle a + \angle b + \angle c = 75^\circ + 55^\circ + 130^\circ = 260^\circ$ 이다.



18. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 $6 : 9 : 10$ 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}\text{cm}$, $6\sqrt{7}\text{cm}$, $4\sqrt{11}\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 $6 : 9 : 10$ 이므로
 $\overline{OL} = 6k$, $\overline{OM} = 9k$, $\overline{ON} = 10k$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \dots \textcircled{1}$$

$$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \dots \textcircled{2}$$

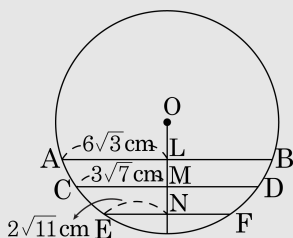
$$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } 36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$$

$$\therefore k = 1 (\because k > 0)$$

$$k = 1 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } r^2 = 144$$

$$\therefore r = 12 (\because r > 0)$$



19. 원 O의 외부의 한 점 P에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, 선분 BT는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

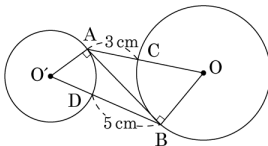
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이의 비는 $2 : 1$ 이고, $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통내접선이다. $\overline{AC} = 3\text{cm}$, $\overline{BD} = 5\text{cm}$ 일 때, 두 원의 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{105}$ cm

해설

두 원 O , O' 의 반지름의 길이의 비가 $2 : 1$ 이므로
 원 O , O' 의 반지름의 길이를 각각 $2r$, r 이라 하면

$$\triangle AO'B \text{ 에서 } \overline{AB}^2 = (r + 5)^2 - r^2 \dots \textcircled{1}$$

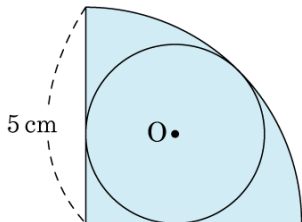
$$\triangle ABO \text{ 에서 } \overline{AB}^2 = (2r + 3)^2 - (2r)^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } r = 8$$

따라서 $\textcircled{1}$ 에서 공통내접선

$$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{105}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

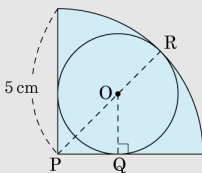
21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



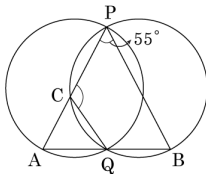
$$\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR}$$

$$\sqrt{2}x + x = 5$$

$$(\sqrt{2} + 1)x = 5$$

$$x = 5(\sqrt{2} - 1)$$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원이 만나는 점을 P, Q 라 하고 점 Q 를 지나는 직선이 두 원과 만나는 점을 각각 A, B, 원과 $\overline{PA}$ 가 만나는 점을 C 라 하자. $\angle APB = 55^\circ$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

▶ 정답 : 117.5°

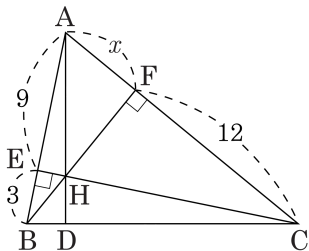
해설

두 점 P, Q 를 지나는 두 호의 길이가 같으므로

$$\angle PAQ = \angle PBQ = \frac{1}{2}(180^\circ - 55^\circ) = 62.5^\circ$$

$$\therefore \angle PCQ = 180^\circ - \angle PBQ = 117.5^\circ$$

23. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

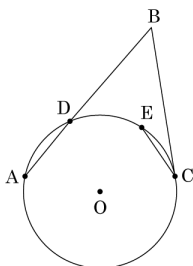
$$9 \times 12 = x(x + 12)$$

$$108 = x^2 + 12x, x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$(x + 18)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

24. 다음 그림에서 두 점 D, E가 호 AC의 삼등분점이고, $\angle ABC = 50^\circ$, 점 C는 원 O의 접점일 때, $\angle ECB$ 의 크기를 구하여라.



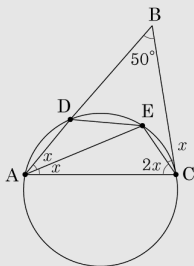
▶ 답 :

°

▷ 정답 : 26 °

해설

다음 그림과 같이 보조선을 연결한 후



$\angle ECB = x$ 라 하면 접선과 현이 이루는 성질에 의하여 $\angle EAC = x$

또한, $5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle DAE = x$

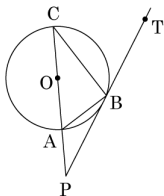
$5.0\text{pt}\widehat{AE} = 25.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle ACE = 2x$

따라서 삼각형 ABC의 모든 내각의 합은 180° 이므로 $x + x + 2x + x + 50^\circ = 180^\circ$

$$x = 26^\circ$$

$$\therefore \angle ECB = 26^\circ$$

25. 다음 그림에서 직선 PT는 원 O의 접선이고 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{BP} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle CBT$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 B는 접점이다.)



▶ 답 :

°

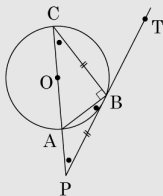
▷ 정답 : 60 °

해설

보조선 AB를 그으면 $\angle CBA = 90^\circ$

$\angle BPC = x$ 라 하면

$\overline{BP} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle BPC = x$



$\overline{PB}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle ABP = \angle BCA = x$$

삼각형 ABP의 외각의 성질에 의하여

$$\angle CAB = 2x$$

$\overline{PB}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle CBT = \angle CAB = 2x$$

$$90^\circ + x + 2x = 180^\circ \quad \therefore x = 30^\circ$$

따라서 $\angle CBT = 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ 이다.