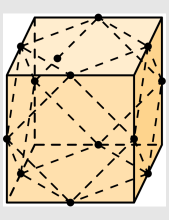
1. 정육면체의 각 모서리의 중점을 연결하여 만든 입체도형의 모서리의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 24 개

해설



정육면체의 각 모서리의 중점을 연결하여 만든 입체도형의 면은 6 개의 정사각형과 8 개의 정삼각형으로 이루어져 있다. 모든 모서리는 두 개의 면에 의해 공유되므로 모서리의 개수는 $\frac{6\times4+8\times3}{2}=24$ 이다.

2. n각뿔에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v, e, f라 하고, $v+e+f=50$일 때, 각뿔의 이름을 말하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 십이각뿔

해설

$v=n+1,\ e=2n,\ f=n+1$
$v+e+f=(n+1)+2n+(n+1)=50$
$4n+2=50,\ n=12$
$\therefore$ 십이각뿔

3. 사각뿔대의 모서리의 수를 a 개, 정십이면체의 꼭짓점의 수를 b 개라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답： 32

해설

$a=12,\ b=20$

$\therefore\ a+b=32$

4. 밑면의 대각선의 총 개수가 20 개인 각기둥의 꼭짓점의 개수를 a 개, 면의 개수를 b 개라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

주어진 각기둥을 n 각기둥이라고 하면

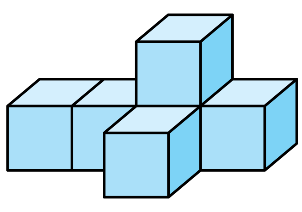
$\frac{n(n-3)}{2} = 20$, $n = 8$

∴ 팔각기둥

$a = 16$, $b = 10$

$\therefore a + b = 26$

5. 마주보는 면에 있는 눈의 합이 7 인 정육면체 주사위 6 개를 다음과 같이 이어붙였을 때, 겉면에 나타나는 눈의 총합의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 하자. $M-m$ 의 값을 구하여라.

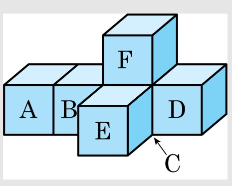


▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

주사위 6 개를 다음 그림과 같이 A, B, C, D, E, F 라 할 때,



보이는 면의 눈의 합이 최댓값을 갖기 위해서는
A, D, E, F 의 보이지 않는 면의 눈이 1 , C 의 보이지 않는 면의 눈의 합이 $1+2+7=10$
따라서 $M=(7\times3)\times6-7-(1\times4+10)=112$
보이는 면의 눈의 합이 최솟값을 갖기 위해서는
A, D, E, F 의 보이지 않는 면의 눈이 6 , C 의 보이지 않는 면의 눈의 합이 $6+5+7=18$
따라서 $m=(7\times3)\times6-(6\times4+18)=77$
$\therefore M-m=105-77=28$

6. l각기둥의 면의 개수와 꼭짓점의 개수의 합이 26, m각뿔의 면의 개수와 모서리의 개수의 합이 37, n각뿔대의 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수의 곱이 150이다. 이때, $l+m-n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

l각기둥의 면의 개수 : $(l+2)$개,
꼭짓점의 개수 : $2l$개
$2(l+2)+2l=26$, $l=8$
m각뿔의 면의 개수 : $(m+1)$개,
모서리의 개수 : $2m$개
$(m+1)+2m=37$, $3m=36$, $m=12$
n각뿔대의 꼭짓점의 개수 : $2n$개,
모서리의 개수 : $3n$개
$2n\times 3n=150$, $6n^2=150$
$n^2=25$, $n=5$
$\therefore l+m-n=8+12-5=15$

7. n 각뿔의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때, $\frac{a+b-c}{n}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a=n+1, b=2n, c=n+1$ 이므로

$\frac{a+b-c}{n}=\frac{(n+1)+2n-(n+1)}{n}=\frac{2n}{n}=2$

8. 정십이각형의 꼭짓점 3 개를 연결하여 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: ________ 개

▷ 정답: 60 개

해설
정십이각형의 한 꼭짓점에서 만들 수 있는 이등변삼각형은 5 개이다.
12 개의 꼭짓점에서 각각 5 개씩 만들어지므로 $12 \times 5 = 60$ 개

9. 대각선의 총수가 44 개인 다각형은?

① 구각형 ② 십각형 ③ 육각형
④ 십일각형 ⑤ 이십각형

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 44$ (개)
$n(n-3) = 88$
차가 3 이고 곱이 88 인 두 수는 $8, 11$ 이다.
$\therefore\ n = 11$

10. 대각선의 총 개수가 90 개인 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

구하는 다각형을 n 각형이라고 하면

$\frac{n(n-3)}{2} = 90,\ n(n-3) = 180$

$n(n-3) = 15 \times 12 \qquad \therefore\ n = 15$

따라서 한 꼭짓점에서 대각선을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는

$\therefore\ 15 - 2 = 13$

11. 정팔각형의 한 변과 두 개의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 사다리꼴의 개수를 구하여라. (단, 직사각형은 제외하며, 사다리꼴을 만들 때 최대 두 개의 꼭짓점이 이웃할 수 있다.)

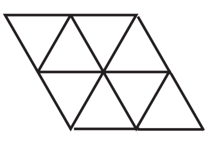
▶ 답 :

▷ 정답 : 44 개

해설

정팔각형의 두 꼭짓점에서 만들 수 있는 사다리꼴은 6 개, 직사각형은 1 개이다.
사다리꼴은 8 개의 변에서 각각 6 개씩 만들어지므로 $6 \times 8 = 48$ (개) 이고, 직사각형은 2 개의 변을 포함하므로 총 4 개이다.
따라서 $48 - 4 = 44$ (개) 이다.

12. 다음 그림은 크기가 같은 정삼각형을 이어 붙여 만든 도형이다. 이 도형에서 찾을 수 있는 평행사변형의 개수를 구하여라.



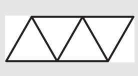
▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 13 개

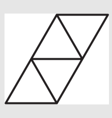
해설

작은 삼각형 2 개로 이루어진 평행사변형: 8(개)

작은 삼각형 4 개로 이루어진 평행사변형: 4(개)

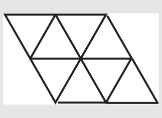
i) 

모양: 2(개)

ii) 

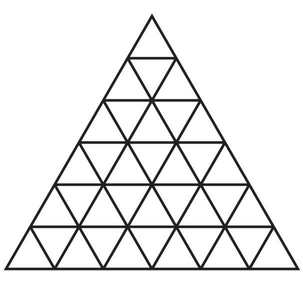
모양: 2(개)

작은 삼각형 8 개로 이루어진 평행사변형: 1(개)



$\therefore 8+4+1=13$(개)

13. 다음 그림은 정삼각형 36 개를 이어 붙여 만든 도형이다. 이 도형에서 찾을 수 있는 정육각형의 개수를 구하여라.



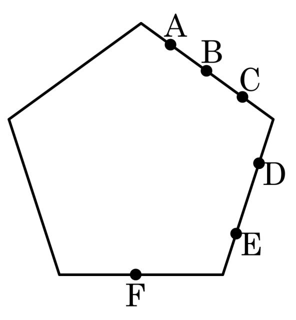
▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 11 개

해설

작은 삼각형 6 개로 이루어진 정육각형 : 10 개
작은 삼각형 24 개로 이루어진 정육각형 : 1 개
$\therefore 10 + 1 = 11$(개)

14. 다음 그림과 같이 오각형 위에 점 6 개가 있다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 삼각형, 사각형, 오각형의 개수를 각각 a 개, b 개, c 개라고 할 때 $a \times b \times c$ 의 값을 구하여라.



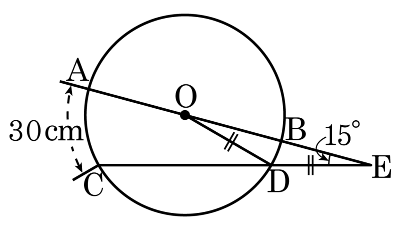
▶ 답 :

▷ 정답 : 684

해설

i) 삼각형
① (한 변 위의 점 두 개와 다른 변 위의 점 한 개로 만들 수 있는 삼각형)$= 9 + 4 = 13$ 개
(A, B, C) 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 9 개
(D, E) 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 4 개
② (세 변 위의 점 한 개씩을 뽑아 만들 수 있는 삼각형) $= 3 \times 2 \times 1 = 6$ 개
$\therefore a = 13 + 6 = 19$ 개
ii) 사각형
① (한 변 위의 두 점과 다른 변 위의 두 점으로 만들 수 있는 사각형)=3 개
(A, B, C) 중 두 점과 (D, E) 두 점으로 만든 사각형 : 3 개
② (한 변 위의 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만들 수 있는 사각형)$= 6 + 3 = 9$ 개
(A, B, C) 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $3 \times 2 = 6$ 개
(D, E) 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : 3 개 $\therefore b = 3 + 9 = 12$
iii) 오각형
(A, B, C) 중 두 점과 D, E, F 를 사용하여 만들 수 있는 오각형 : 3 개
$\therefore c = 3$ 개
$\therefore a \times b \times c = 19 \times 12 \times 3 = 684$

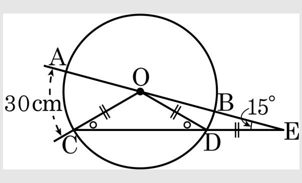
15. 다음 그림에서 $\angle E = 15°$, 5.0pt$\overset{\frown}{AC} = 30\,cm$, $\overline{OD} = \overline{DE}$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설



$\overline{OD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DOB = 15°$

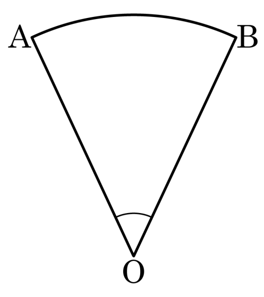
$\angle ODC = \angle DOE + \angle DEO = 15° + 15° = 30°$

$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OCE = 30°$

$\angle AOC = \angle OCD + \angle OED = 15° + 30° = 45°$

$30 : 45 = x : 15 \quad \therefore \ x = 10$ 이므로 5.0pt$\overset{\frown}{BD} = 10\,cm$

16. 부채꼴 OAB 에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = \overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때의 중심각의 크기를 구하면?

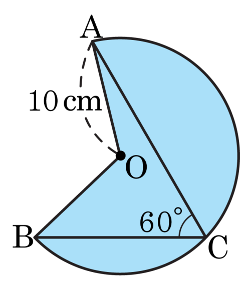


① $\dfrac{180°}{\pi}$ ② $\dfrac{\pi}{180°}$ ③ $\dfrac{360°}{\pi}$ ④ $\dfrac{\pi}{360°}$ ⑤ $90°$

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AB} = \overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴이다.
$5.0pt\overset{\frown}{AB} = \overline{OA} = \overline{OB} = r$, 중심각을 x 라 하면
$2r\pi \times \dfrac{x}{360\,°} = r$
양변에 $180\,°$를 곱하면
$\pi r x = 180\,° r$
$\therefore\ x = \dfrac{180\,°}{\pi}$

17. 다음 그림과 같은 부채꼴에서 반지름의 길이가 10cm 이고, $\angle ACB = 60°$, 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ = 25.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{40}{3}\pi$ cm

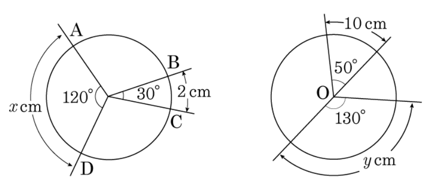
해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 를 호로 가지는 중심각이 $120°$ 이므로

5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{ACB}$ 의 중심각은 $360° - 120° = 240°$

$10 \times 2 \times \pi \times \frac{240°}{360°} = \frac{40}{3}\pi(\text{cm})$

18. 다음 도형에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 8$

▷ 정답: $y = 26$

해설

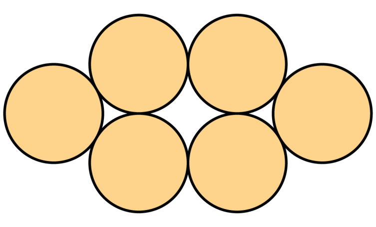
$30° : 120° = 2 : x$

$\therefore\ x = 8$

$50° : 130° = 10 : y$

$\therefore\ y = 26$

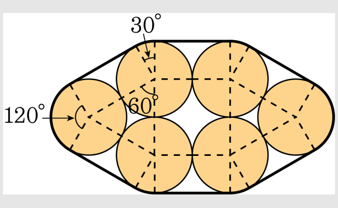
19. 반지름의 길이가 2 인 원기둥 6 개를 다음 그림과 같이 놓고 끈으로 묶을 때, 필요한 끈의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\pi + 24$

해설



원 세 개의 중심을 연결한 삼각형은 정삼각형이므로 곡선부분의 각이 위의 그림과 같다.

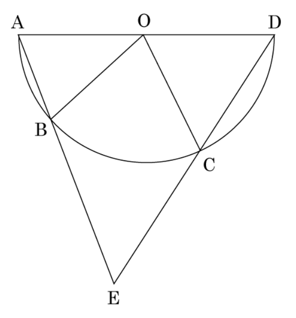
(필요한 끈의 길이)

= (곡선 부분) + (직선 부분)

$= \left\{ \left(2\pi \times 2 \times \frac{120°}{360°}\right) \times 2 + \left(2\pi \times 2 \times \frac{30°}{360°}\right) \times 4 \right\} + (4 \times 6)$

$= 4\pi + 24$

20. 다음 그림과 같은 반원 O 에서 $\angle COD = 60°$, $\angle AED = 45°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ 의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $1 : 3 : 2$

해설

$\triangle OCD$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로
$\angle ODC = \angle OCD = (180° - 60°) \div 2 = 60°$
$\triangle AED$ 에서
$\angle EAD = 180° - (60° + 45°) = 75°$
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 180° - (75° \times 2) = 30°$
$\therefore\ \angle BOC = 180° - (60° + 30°) = 90°$
따라서, 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ $= 30° : 90° : 60° = 1 : 3 : 2$