

1. 다음 중 $\sqrt{45+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 3

② 4

③ 19

④ 26

⑤ 36

해설

- ① $\sqrt{45+3} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.
④ $\sqrt{45+26} = \sqrt{71}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

2. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 15

해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}, 3 < x^2 < 23$$

$$x = 2, 3, 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

3. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{9}$ 는 무리수이다.

② 순환소수는 유리수이다.

③ 모든 무한소수는 무리수이다.

④ 3.14 는 무리수이다.

⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수는 모두 무리수이다.

해설

① $\sqrt{9}$ 는 유리수이다.

② 순환소수는 유리수이다.

③ 무한소수 중 비순환소수는 무리수이다.

④ 3.14 는 유리수이다.

⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에 무리수가 아닌 수도 있다.

예) $\sqrt{4} = 2$

4. $\sqrt{3.6} \times \sqrt{4.9}$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4.2

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3.6} \times \sqrt{4.9} &= \sqrt{3.6 \times 4.9} = \sqrt{\frac{36}{10} \times \frac{49}{10}} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 \times 7^2}{10^2}} = \sqrt{\frac{(6 \times 7)^2}{10^2}} \\ &= \frac{42}{10} = 4.2\end{aligned}$$

5. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{11}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{33}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이때 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$\sqrt{\frac{28}{11} \times \frac{33}{7}} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 12$$

6. $2 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① $4 + \sqrt{5}$

② $4 - \sqrt{5}$

③ $6 - \sqrt{5}$

④ $6 + \sqrt{5}$

⑤ $8 + \sqrt{5}$

해설

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이고 $4 < 2 + \sqrt{5} < 5$ 이므로

정수 부분 $a = 4$

소수 부분은 $b = 2 + \sqrt{5} - 4 = \sqrt{5} - 2$

$$\therefore 2a + b = 2 \times 4 + (\sqrt{5} - 2)$$

$$= 8 + \sqrt{5} - 2 = 6 + \sqrt{5}$$

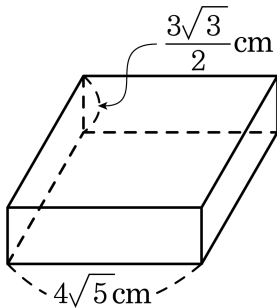
7. $\sqrt{6} \times \sqrt{3} \div \sqrt{12}$ 을 간단히 한 것은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{6 \times 3}{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

8. 한 변의 길이가 $4\sqrt{5}\text{cm}$ 인 정사각형을 밑면으로 갖는 직육면체의 높이가 $\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$ 일 때, 직육면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm^3

▶ 정답 : $120\sqrt{3}\text{cm}^3$

해설

$$V = (4\sqrt{5})^2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 80 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 120\sqrt{3}\text{cm}^3$$

9. 다음 중 옳은 것은?

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$

③ 음수의 제곱근은 음수이다.

④ 0의 제곱근은 0이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b-a$

③ 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

10. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - (-\sqrt{6})^2$ 일 때, A^2 의 값은?

① 1

② $\frac{6}{7}$

③ 7

④ $\frac{36}{49}$

⑤ 49

해설

$$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$$

$$\therefore A^2 = 49$$

11. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2}$ 를 간단히 하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $0 < 1 - a < 1$ 이므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2} &= -(a-1) - (1-a) \\ &= -a + 1 - 1 + a = 0\end{aligned}$$

12. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

① $2\sqrt{7}$

② $3\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{5}$

④ $5\sqrt{4}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

13. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$

② $\sqrt{2x} = 4$

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

④ $2x + 1 = 1$

⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm \sqrt{2}$ 이다.

14. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

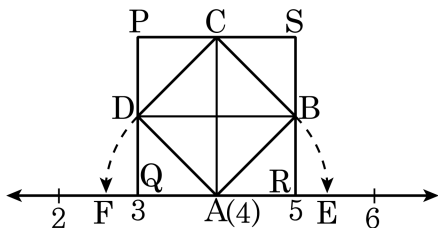
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

15. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 PQRS 가 있다. $\overline{AB}$ 를 회전하여 수직선과 만나는 점을 E , $\overline{AD}$ 를 회전하여 수직선과 만나는 점을 F 라고 할 때, 두 점의 좌표가 바르게 짝지어진 것은?



- ① $E(5 + \sqrt{2})$, $F(3 - \sqrt{2})$ ② $E(5 - \sqrt{2})$, $F(4 + \sqrt{2})$
 ③ $E(4 + \sqrt{2})$, $F(4 - \sqrt{2})$ ④ $E(4 - \sqrt{2})$, $F(4 + \sqrt{2})$
 ⑤ $E(6 - \sqrt{2})$, $F(2 + \sqrt{2})$

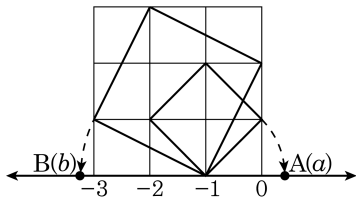
해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AD} = \overline{AF} = \sqrt{2}$

점 E 는 4 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 큰 수이므로 점 E 의 좌표는 $E(4 + \sqrt{2})$

점 F 는 4 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 작은 수이므로 점 F 의 좌표는 $F(4 - \sqrt{2})$

16. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.
- ② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.
- ③ A의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.
- ④ B의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.
- ⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

$$a \text{ 와 } b \text{ 의 중점의 좌표는 } \frac{(-1 - \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{2})}{2} = \frac{-2 - \sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

17. $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \sqrt{162}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $13\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{4\sqrt{6}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} + \sqrt{9 \times 9 \times 2} \\&= \frac{4 \times 3\sqrt{2}}{3} + 9\sqrt{2} \\&= 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} \\&= 13\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\frac{\pi}{4}$ 는 유리수가 아니다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi$ 는 모두 무리수이다.
- ㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

- ㉡ 순환소수는 유리수이다.
- ㉢ $\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}$ 는 유리수이다.
- ㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

19. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

20. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a < c$

② $a \times c < b$

③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$$

$$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$$

$$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$$

$$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

21. $\sqrt{ab} = 3$ 일 때, $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

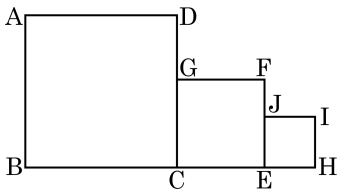
▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{ab} - \frac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}} \\ &= \sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \\ &= 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6 \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 $\square ABCD$, $\square CEFG$, $\square EHIJ$ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1 , S_2 , S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{9}$
④ $\frac{7}{3}$

② $4 - \sqrt{3}$
⑤ $\frac{4 + \sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

해설

$$S_1 = 1 \text{ 이므로, } \overline{BC} = 1,$$

$$S_2 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}, \overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 + \sqrt{3}}{3}$$

23. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

24. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{(b-a)^2} = b-a$

㉡ $\sqrt{(ab)^2} = |ab|$

㉢ $-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$

㉤ $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a+b$

㉥ $\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$

㉦ $\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

$b < 0 < a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2} = a-b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$

㉢ : $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$

$b-a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$

㉦ : $\sqrt{(-a)^2} = a$

$-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$

$\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

25. $x = 2\sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + x - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{2} + 3$

해설

$x = 2\sqrt{2} + 1$ 에서 $x - 1 = 2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$x^2 - 2x + 1 = 8, x^2 - 2x = 7$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식}) &= x(x^2 - 2x) + x - 5 \\ &= 8x - 5 = 8(2\sqrt{2} + 1) - 5 \\ &= 16\sqrt{2} + 3\end{aligned}$$