

1. $\left(\frac{3}{4}x+2\right)^2+3a=bx^2+cx+8$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 abc 의 값은?

- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{4}x\right)^2+2\times\frac{3}{4}x\times2+2^2+3a \\ &= \frac{9}{16}x^2+3x+4+3a \\ & 4+3a=8 \\ & a=\frac{4}{3}, b=\frac{9}{16}, c=3 \\ & \therefore abc=\frac{4}{3}\times\frac{9}{16}\times3=\frac{9}{4} \end{aligned}$$

2. $(2x-3)(2x+y-3)$ 을 전개한 것은?

① $4x^2 - 6x - 3y + 6$

② $4x^2 - 12x + 2xy - 3y + 6$

③ $4x^2 - 12x + 2xy - 3y + 9$

④ $4x^2 - 12x + 6xy - 3y + 9$

⑤ $4x^2 - 12x + 4xy - 3y + 9$

해설

$(2x-3)(2x-3+y)$ 에서 $2x-3 = t$ 로 치환하면 $t(t+y) = t^2 + ty$
 $(2x-3)^2 + (2x-3)y$
 $= 4x^2 - 12x + 9 + 2xy - 3y$
 $= 4x^2 - 12x + 2xy - 3y + 9$
따라서 답은 ③번이다.

3. $4x^2 + Axy + 9y^2 = (Bx + Cy)^2$ 일 때, 이를 만족하는 세 자연수 A, B, C 의 합을 구하면?

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}(Bx + Cy)^2 &= B^2x^2 + 2BCxy + C^2y^2 \\ &= 4x^2 + Axy + 9y^2\end{aligned}$$

$$B = 2, C = 3, A = 12$$

$$A + B + C = 12 + 2 + 3 = 17$$

4. $x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$ 를 인수분해하면?

① $(x - 2)(x + \sqrt{2})$

② $(x + 2)(x - \sqrt{2})$

③ $(x - 1)(x + 2\sqrt{2})$

④ $(x + 2)(x + \sqrt{2})$

⑤ $(x + 1)(x - 2\sqrt{2})$

해설

$$x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = (x + 2)(x + \sqrt{2})$$

5. $3x^2 + 7x - 6 = (x + 3)(3x + \square)$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 것은?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ -6

해설

$$3x^2 + 7x - 6 = (x + 3)(3x - 2)$$

6. 다음 중 인수분해가 잘못된 것은?

① $3x^3 + x^2 - x = x(3x^2 + x - 1)$

② $-x^2 + 25 = (5 + x)(5 - x)$

③ $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

④ $36x^2 + 24xy + 4y^2 = (6x - 2y)^2$

⑤ $6x^2 + 5x + 1 = (2x + 1)(3x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{4} \quad 36x^2 + 24xy + 4y^2 &= 4(9x^2 + 6xy + y^2) \\ &= 4(3x + y)^2\end{aligned}$$

7. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $x^2 + 2x - 15$

② $x^2 + 3x$

③ $2x^2 - 5x - 3$

④ $x^2 - 9$

⑤ $x^2 - 4x + 3$

해설

① $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$

② $x^2 + 3x = x(x + 3)$

③ $2x^2 - 5x - 3 = (2x + 1)(x - 3)$

④ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

⑤ $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

공통인 인수 $(x - 3)$ 을 갖지 않는 것은 ② 이다.

8. $x - y = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 의 값은?

① $2\sqrt{5}$

② $4\sqrt{5}$

③ $1 + 2\sqrt{5}$

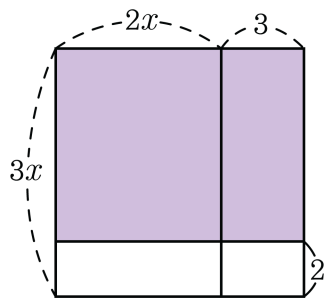
④ $2 + 2\sqrt{5}$

⑤ $3 + 2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3 \\ &= (x - y)^2 + 2(x - y) - 3 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

9. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $6x^2 + 5x - 6$ ② $4x^2 + 12x + 9$ ③ $9x^2 - 12x + 4$
④ $6x^2 - 5x + 6$ ⑤ $4x^2 - 5x + 6$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $2x+3$, 세로의 길이는 $3x-2$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는
 $(2x+3)(3x-2) = 6x^2 + 5x - 6$ 이다.

10. $(ax - 6y)^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.(단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$(ax - 6y)^2 = a^2x^2 - 12axy + 36y^2$$

$$a^2x^2 - 12axy + 36y^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$$

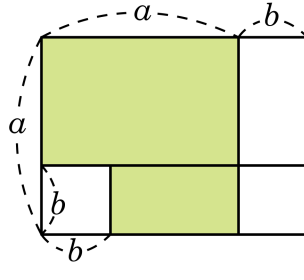
$$\therefore a = 5$$

$$\therefore c = 36$$

$$-12a = b \quad \therefore b = -60$$

$$a + b + c = 5 + (-60) + 36 = -19$$

11. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (전체의 넓이) - (색칠이 안 된 부분 넓이)
= $(a+b) \times a - (ab + b^2)$
= $a^2 + ab - ab - b^2$
= $a^2 - b^2$

12. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$9-2ab=7$$

$$\therefore ab=1$$

$$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{7}{1}=7$$

13. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

14. $x-1$ 이 $3x^2-ax-4$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

또 다른 인수를 $(Ax+B)$ 라 하면

$$\begin{aligned}(x-1)(Ax+B) &= Ax^2 - Ax + Bx - B \\ &= 3x^2 - ax - 4\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 4, a = A - B = -1$$

15. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x
x	1

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

총 넓이는 $x^2 + 2x + 1$
 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 1)$

16. $(2x - 3y)(2x - 3y - 5) + 6$ 을 인수분해하면?

① $(2x - 3y - 2)(2x - 3y + 3)$ ② $(2x + 3y - 2)(2x + 3y - 3)$

③ $(2x - 3y + 2)(2x - 3y + 3)$ ④ $(2x - 3y + 2)(2x - 3y - 3)$

⑤ $(2x - 3y - 2)(2x - 3y - 3)$

해설

$(2x - 3y)$ 를 A 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A - 5) + 6 = A^2 - 5A + 6$$

$$= (A - 2)(A - 3)$$

$$= (2x - 3y - 2)(2x - 3y - 3)$$

17. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B - C = -4$

해설

$2a - 3b + 1 = X$, $2a + 3b - 1 = Y$ 로 치환하면

$$(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= 4a(-6b + 2)$$

$$= 8a(-3b + 1)$$

$$\therefore A + B - C = 0 + (-3) - 1 = -4$$

18. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $x^2 - 36$

㉡ $x^2 - 6$

㉢ $x^2 + 6$

㉣ $x^2 + 36$

㉤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

19. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$$\sqrt{x} = a - 2 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = a^2 - 4a + 4$$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$

20. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

21. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13
- ② 15
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

22. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

- ① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

23. $(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})=a3^b-2^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} & (3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) \\ &= a3^b-2^c \text{ 에서 양변에 } (3-2) \text{ 를 곱하면} \\ & (3-2)(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = (3-2)(a3^b-2^c) \\ & (3^2-2^2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b-2^c \\ & (3^4-2^4)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b-2^c \\ & 3^{32}-2^{32} = a3^b-2^c \\ \therefore a=1, b=32, c=32 \\ \therefore a+b+c=65 \end{aligned}$$

24. 2 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$ 일 때, $a^4 - b^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $160\sqrt{6}$

해설

$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$
두 식을 완전제곱꼴로 만들면
 $a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$
 $(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$
 $b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4b + 4 = 6,$
 $(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$
①에 의하여 $a - 2 = \sqrt{6}$ ($\because a > 2$), $a = 2 + \sqrt{6}$
②에 의하여 $b + 2 = \sqrt{6}$ ($\because b > 2$), $b = \sqrt{6} - 2$
 $\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$
 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $\quad = (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2$
 $\quad = 24 - 4 = 20$
 $a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$
 $\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$

25. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x-1$, $x-y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3+x^2-2x^2y-x-xy+y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = -1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y(-2x^2-x+1)+2x^3+x^2-x \\ &= y(-2x^2-x+1)+x(2x^2+x-1) \\ &= (x-y)(2x^2+x-1) \\ &= (x-y)(2x-1)(x+1)\end{aligned}$$

정육면체이므로 $x-y=2x-1=x+1$ 이다.

$\therefore x=2, y=-1$