

1. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었을 때의 몫이 9, 나머지가 8 이었다. a 를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a = 9 \times b + 8 = 3 \times b \times 3 + 3 \times 2 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

2. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

4. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,

곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

5. $\frac{108}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3 ,$$

$\frac{108}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 은 3 이다.

6. 다음 중 63 의 약수가 아닌 것을 고르면?

① 1

② 3^2

③ 7

④ 3×7

⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

7. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

8. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10보다 작은 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15와 어떤 수의 공약수가 개수가 1개, 즉 서로소이므로
어떤 수는 10미만의 자연수 중 3과 5의 배수가 아닌 수이므로
1, 2, 4, 7, 8이다.

따라서 어떤수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22이다.

9. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가?

① 12, 18

② 24, 32

③ 14, 20

④ $2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 2 \times 3^2 \times 7$

해설

① 6

② 8

③ 2

④ 30

⑤ 6

이므로 가장 큰 것은 ④

10. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로, } a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

11. $2^3 \times 3 \times 7$ 와 180의 공약수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$2^3 \times 3 \times 7$ 과 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$ 이다.

12. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

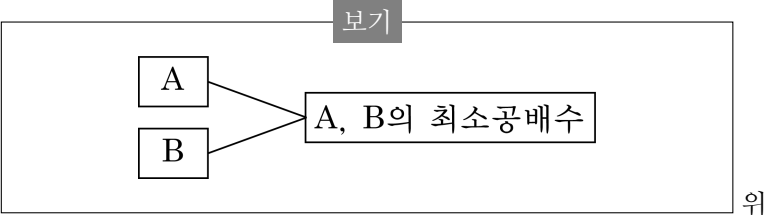
④ 9

⑤ 12

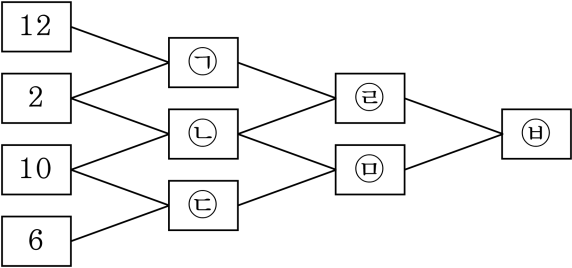
해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

13. 다음 보기는 서로 다른 두 수의 최소공배수들의 관계를 나타낸 것이다.



와 같이 빈칸에 들어가야 할 수를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 12

▷ 정답 : ㉡ 10

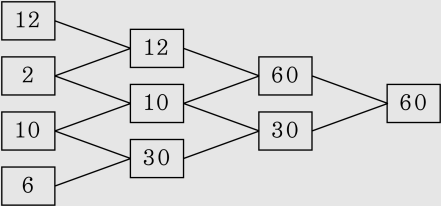
▷ 정답 : ㉢ 30

▷ 정답 : ㉣ 60

▷ 정답 : ㉤ 30

▷ 정답 : ㉥ 60

해설



14. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2$, $3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a + b - c$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^a = 3^4$ 이므로 $a = 4$,

$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,

$11^c = 11^3$ 이므로 $c = 3$ 이다.

따라서 $a + b - c = 4$ 이다.

15. 어떤 자연수를 3 으로 나누니 18 와 24 의 공배수가 되었다. 어떤 자연수가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설

18 과 24 의 최소공배수는 72 이다. 3 으로 나누어서 72 가 되는 수는 $72 \times 3 = 216$ 이다.

16. 귤 48개와 참외 24개, 키위 36개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 한 학생이 받는 귤, 참외, 키위의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48, 24, 36의 최대공약수는 12이므로 각각 받을 수 있는 과일의 수는

$$a = 48 \div 12 = 4, \quad b = 24 \div 12 = 2, \quad c = 36 \div 12 = 3$$

$$\therefore a + b - c = 4 + 2 - 3 = 3$$

17. 가로 길이가 90cm, 세로 길이가 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?

① 18cm, 35 개

② 12cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 12cm, 40 개

⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 144 = x \times \triangle$$

x 는 90 과 144 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 144 = 2^4 \times 3^2$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (cm)}$$

$$90 = 18 \times 5, 144 = 18 \times 8 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 8 = 40 \text{ (개)}$$

18. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 돌 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가?

① 30 분

② 50 분

③ 60 분

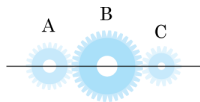
④ 80 분

⑤ 90 분

해설

15 와 18 의 최소공배수는 90 이므로 두 사람은 90 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

19. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



답 :

바퀴



정답 : 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,

$\therefore$ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴) 이다.

20. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 8cm, 18cm, 6cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌은 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 432 개

해설

$$\begin{aligned} & 8, 18, 6 \text{ 의 최소공배수는 } 72 \text{ 이므로} \\ & (\text{필요한 벽돌의 수}) \\ & = (72 \div 8) \times (72 \div 18) \times (72 \div 6) \\ & = 9 \times 4 \times 12 = 432(\text{개}) \end{aligned}$$

21. 세 수 6, 7, 8 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 세 자리의 자연수는?

① 101

② 113

③ 122

④ 164

⑤ 170

해설

구하는 수를 A 라 하면

$A = (6, 7, 8 \text{의 공배수}) + 2$ 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

6, 7, 8 의 최소공배수는 168 이다.

따라서 $A = 168 + 2 = 170$ 이다.

22. $\frac{35}{6}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{9}$ 의 어느 것과 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{5}$

해설

$$\frac{(6, 3, 9 \text{의 최소공배수})}{(35, 10, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{18}{5}$$

23. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층

② 3 층

③ 5 층

④ 7 층

⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

24. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
- ② 가장 작은 소수는 2 이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.
- ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

25. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$

② 24

③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4 + 1) \times (3 + 1) = 5 \times 4 = 20$ (개)