

1. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

① $y = x$

② $y = |x|$

③ $y = x^2 (x \geq 0)$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

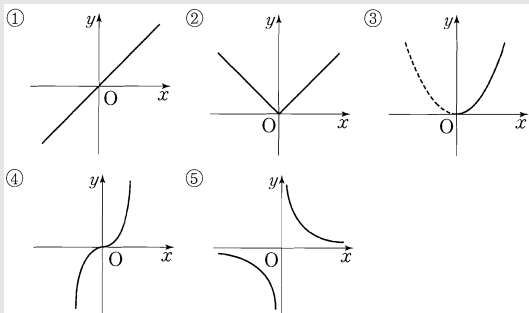
해설

역함수가 존재할 필요충분조건은

함수가 일대일대응인 것이다.

따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는

②이다.



2. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

3. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(n) = (n^3 \text{을 } 7 \text{로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$1^3 = 1$$

즉 나머지 : 1

$$2^3 = 7 \times 1 + 1$$

즉 나머지 : 1

$$3^3 = 27 = 7 \times 3 + 6$$

즉 나머지 : 6

$$4^3 = 64 = 7 \times 9 + 1$$

즉 나머지 : 1

$$5^3 = 125 = 7 \times 17 + 6$$

즉 나머지 : 6

따라서 치역은 $\{1, 6\}$

$\therefore$ 치역의 모든 원소의 합은 7이다.

4. 정의역이 $X = \{-1, 1\}$ 일 때 항등함수가 될 수 없는 것을 고르면?

- ① $f(x) = x$ ② $f(x) = x^2$ ③ $f(x) = \frac{1}{x}$
④ $f(x) = x^3$ ⑤ $f(x) = x|x|$

해설

$f(a) = a$ 가 항등함수의 정의이므로

①, ③, ④, ⑤ : $f(-1) = -1, f(1) = 1$

② : $f(-1) = f(1) = 1$ 이므로

②는 항등함수가 될 수 없음

5. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(x) = x + 1$

㉡ $f(x) = -x$

㉢ $f(x) = -x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}\text{㉠. } (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(x+1)) \\ &= f((x+1)+1) = f(x+2) \\ &= (x+2)+1 = x+3 \\ \therefore (f \circ f \circ f)(x) &\neq f(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉡. } (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(-x)) \\ &= f(-(-x)) = f(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉢. } (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(-x+1)) \\ &= f(-(-x+1)+1) = f(x)\end{aligned}$$

따라서 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것은 ㉡, ㉢ 이다.