1. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0　② 1　③ -3　④ 1, 3　⑤ -1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$
$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$
$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$
순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.
$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.
$\therefore x=1$

2. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(1+ai)^2 = 2i$ 에서 $(1-a^2)+2ai = 2i$
복소수의 상등에서 $1-a^2 = 0,\ 2a = 2$
$\therefore\ a = 1$
$\therefore\ (1+ai)(1-ai) = (1+i)(1-i)$
$= 1-(-1)$
$= 2$

3. $i^{2000} + i^{2002} + i^{2003} + i^{2004}$ 의 값을 구하면?

① 1　② $1 - i$　③ $1 + i$　④ -1　⑤ 0

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$i^{4k} = 1,\ i^{4k+1} = i,\ i^{4k+2} = -1,\ i^{4k+3} = -i$

$$(\text{준식}) = 1 + (-1) + (-i) + 1$$
$$= 1 - i$$

4. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$ ② $4i$ ③ $8i$ ④ $16i$ ⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \left\{(1+i)^2\right\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

5. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

① -1　　② 2　　③ -3　　④ 4　　⑤ -5

해설

$z = \frac{2}{1-i} = 1 + i$

$$\begin{aligned} \therefore\ 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= \ -5 \end{aligned}$$

해설

$z = 1 + i, z - 1 = i$

양변을 제곱하고 정리하면

$z^2 - 2z = -2$

$2z^2 - 4z - 1$

$= 2(z^2 - 2)z - 1$

$= -4 - 1 = -5$

6. $x = 1 + \sqrt{2}i,\ y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$x + y = 2,\ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$

7. 복소수 z와 그 켤레복소수 $\bar{z}$에 대하여 다음을 만족하는 z 를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

① $z = 1 \pm \sqrt{3}i$ ② $z = 2 \pm \sqrt{3}i$ ③ $z = 3 \pm \sqrt{3}i$

④ $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$ ⑤ $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$z = a + bi$

$z + \bar{z} = 2a = 4, z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7$

$\therefore a = 2, b = \pm\sqrt{3}$

$\therefore z = 2 \pm \sqrt{3}i$

8. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z - i\bar{z} = 3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$ ② $2+i$ ③ $2+2i$

④ $1-i$ ⑤ $2-i$

해설

$z = a+bi$ 라 하면 $\bar{z} = a-bi$ 이므로
$(1-2i)(a+bi) - i(a-bi) = a+bi-2ai+2b-ai-b$
$= (a+b)+(-3a+b)i = 3-5i$
따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면
$a=2$, $b=1$
따라서 $z=2+i$ 이다.

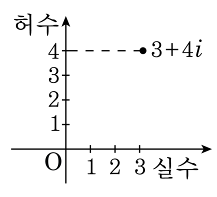
9. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2 - 2i$ ② $2 \pm 3i$ ③ $2 \pm \sqrt{3}i$
④ $3 \pm 2i$ ⑤ $4 \pm 3i$

해설

$z = a + bi$ ($a,\ b$ 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로
$z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 에서
$(a + bi)(a - bi) = 13$, $(a + bi) + (a - bi) = 4$
$a^2 + b^2 = 13$, $2a = 4$
$\therefore\ A = 2,\ b = \pm 3$
$z = 2 \pm 3i$

10. 복소수 $z = a + bi$ (a, b는 실수)를 실수의 순서쌍 (a, b)로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3+4i$를 $(3,\ 4)$로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z = 1 + i$일 때, 0, z, z^2 이 나타내는 점을 각각 A, B, C 라 할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)



① 정삼각형

② 이등변삼각형

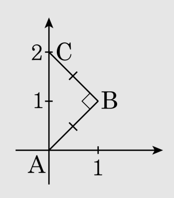
③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 답 없음

해설

$z = 1 + i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1,\ 1),\ C(0,\ 2)$



$\Rightarrow$ 직각이등변삼각형

※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.

11. 복소수 $z = x + yi$를 좌표평면 위에 점 $p(x,\ y)$에 대응시킬 때, $(3-4i)z$가 실수가 되게 하는 점 p의 자취가 나타내는 도형은?

① 기울기가 양인 직선　　② 기울기가 음인 직선

③ 위로 볼록한 포물선　　④ 아래로 볼록한 포물선

⑤ 원

해설

$$(3-4i)z = (3-4i)(x+yi)$$
$$= (3x+4y) + (-4x+3y)i$$

실수가 되려면 허수부 $-4x+3y=0$이다.

$\therefore y = \frac{4}{3}x$ (⇒ 기울기가 양인 직선)

12. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은? (단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $z \cdot \bar{z} = 1$　　② $z + \bar{z} = 0$

③ $z + \bar{z} = 1$　　④ $z + \bar{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모)$\neq 0$ 이므로

(분자)$= (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$\therefore z\bar{z} = 1$

13. $z=(1+i)x^2+(2-i)x-8-2i$에 대하여 $z^2<0$을 만족하는 실수 x의 값을 구하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$z=(x^2+2x-8)+(x^2-x-2)i$

$\quad=(x-2)(x+4)+(x+1)(x-2)i$

그런데, $z^2<0$에서 z는 순허수이므로

$\therefore\ x=-4$

14. 복소수 $(1+2i)x-(2+i)y+i$를 제곱하였더니 -9가 되었다. 이 때, $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고 x, y는 실수이다.)

① 2 또는 -4　② 2 또는 -3　③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3　⑤ -1 또는 -2

해설

$z=(x-2y)+(2x-y+1)\,i$
$z^2=-9$
즉, z는 순허수이다.
$\therefore\ x-2y=0,\ (2x-y+1)^2=9$
$x=2y$ 와 $2x-y+1=\pm3$을 연립하여 풀면
$y=\frac{2}{3}\to x=\frac{4}{3}$
$y=-\frac{4}{3}\to x=-\frac{8}{3}$
$\therefore\ x+y=2$ 또는 -4 이다.

15. 복소수 $z=(1+i)x+1-2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-1$

해설

$z \;=\; (1+i)x+1-2i \;=\; (x+1)+(x-2)i$
z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow$ z가 순허수
$\therefore\; x+1=0,\;\; x=-1$

16. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$을 만족하는 실수 x, y에 대하여 xy의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$\therefore\ x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$

$x = 1$ 또는 $2y = \pm 2$

$\therefore\ $ (xy의 최댓값) $= 4$

17. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\overline{z}$ 에 대하여 $z-\overline{z}=2i$, $\dfrac{\overline{z}}{z}=-i$ 가 성립할 때, $z\cdot\overline{z}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 13

해설

$z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$

$z-\overline{z}=2i$ 에서 $a+bi-(a-bi)=2i$, $2bi=2i$

$\therefore\ b=1$

$\dfrac{\overline{z}}{z}=-i$ 에서 $\dfrac{a-i}{a+i}=-i$

$\dfrac{(a-i)^2}{a^2+1}=-i$, $\dfrac{a^2-1-2ai}{a^2+1}=-i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

(i) 실수부분이 0 이어야 하므로

$\dfrac{a^2-1}{a^2+1}=0$, $a^2-1=0$

$\therefore a=\pm1 \quad \cdots$ ㉠

(ii) 허수부분이 -1 이어야 하므로

$\dfrac{-2a}{a^2+1}=-1$, $a^2+1=2a$

$a^2-2a+1=0$, $(a-1)^2=0$

$\therefore a=1 \quad \cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $a=1$

$\therefore\ z\cdot\overline{z}=(1+i)(1-i)=1+1=2$

18. $A = \dfrac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \ \cdots \ + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$A = \dfrac{1-i}{1+i} = -i$

$1 + A + A^2 + A^3 + \ A^4 + \cdots + A^{2005}$

$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \cdots + (-i)$

$= 1 - i$

19. n 이 자연수일 때, $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+2}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4n}$ 의 값은?

① -2　　② $-2i$　　③ 0　　④ 2　　⑤ $2i$

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$ 이므로

(주어진 식) $=(-i)^{4n+2}+i^{4n}$

$=\left\{(-i)^4\right\}^n\cdot(-i)^2+(i^4)^n$

$1\cdot(-1)+1=0$

20. 복소수 $\alpha = 2 - i$, $\beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 10　　⑤ 20

해설

$$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$$
$$= \overline{\alpha}(\alpha + \beta) + \overline{\beta}(\alpha + \beta)$$
$$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$$
$$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$$
$$= (1 + i)(1 - i)$$
$$= 2$$

21. 동수와 용제는 $\sqrt{-4}\sqrt{-9}$ 의 값을 아래와 같이 서로 다르게 계산하였다. 틀린 계산 과정에서 처음으로 등호가 성립하지 않는 곳을 고른 것은?

> 동수 : $\sqrt{-4}\sqrt{-9} \xrightarrow{㉠} \sqrt{4}i\sqrt{9}i \xrightarrow{㉡} \sqrt{36}i^2 \xrightarrow{㉢} -6$
> 용제 : $\sqrt{-4}\sqrt{-9} \xrightarrow{㉣} \sqrt{(-4)(-9)} \xrightarrow{㉤} \sqrt{36} \xrightarrow{㉥} 6$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

$a > 0$ 일 때, $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$ 이다.
또, $a < 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이다.

따라서 용제가 계산한 식 ㉣ 부분에서 처음으로 잘못되었다.

22. $|x|(2+3i)+2|y|(1-2i)=6-5i$를 만족하는 실수 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$를 꼭짓점으로 하는 다각형의 넓이는?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$(2|x|+2|y|)+(3|x|-4|y|)i=6-5i$

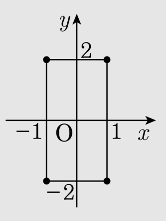
복소수의 상등에 의하여

$|x|+|y|=3,\ 3|x|-4|y|=-5$

두 식을 연립하면

$|x|=1,\ \ |y|=2$

$(x,\ y)\ \rightarrow\ (1,\ 2),\ (1,-2),\ (-1,\ 2),\ (-1,\ -2)$



$\therefore$ 직사각형의 넓이 $=2\times4=8$

23. $\alpha = a + bi$ (a, b는 실수, $i = \sqrt{-1}$) 일 때, $\alpha^t = b + ai$라 한다.

$\alpha = \dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$ 일 때, $2\alpha^5(\alpha^t)^4$을 간단히 하면?

① $1+i$　② $1-i$　③ $2+i$

④ $2-i$　⑤ $\sqrt{3}+i$

해설

$\alpha = a+bi,\ \alpha^t = b+ai$이므로

$\alpha\alpha^t = (a+bi)(b+ai) = (a^2+b^2)i$

그런데 $\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i = a+bi$에서

$a = \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ b = \dfrac{1}{2}$　$\therefore\ \alpha\alpha^t = \left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}\right)i = i$

$\therefore$ (준식)$= 2\alpha(\alpha\cdot\alpha^t)^4 = 2\cdot\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\cdot i^4 = \sqrt{3}+i$

24. $\alpha,\ \beta$가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\overline{\alpha},\ \overline{\beta}$는 각각 $\alpha,\ \beta$의 켤레복소수이고, $i=\sqrt{-1}$이다.)

㉠ $\alpha=\overline{\beta}$이면 $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$는 모두 실수이다.
㉡ $\alpha=\overline{\beta}$일 때, $\alpha\beta=0$이면 $\alpha=0$이다.
㉢ $\alpha^2+\beta^2=0$이면 $\alpha=0,\ \beta=0$이다.
㉣ $\alpha+\beta i=0$이면 $\alpha=0,\ \beta=0$이다.

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 없다

해설

㉠ $\alpha=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)라 하면
$\alpha=\overline{\beta}$이므로 $\beta=a-bi$
$\therefore\ \alpha+\beta=(a+bi)+(a-bi)=2a$
$\alpha\beta=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$
$\therefore\ \alpha+\beta,\ \alpha\beta$는 실수이다.
㉡ :㉠에서 $\alpha\beta=a^2+b^2=0,\ a,\ b$는
실수이므로 $a=0,\ b=0$ 즉, $=a+bi=0$이다.
㉢ :(반례) $\alpha=i,\ \beta=1$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=i^2+1^2=0$
㉣ :(반례) $\alpha=1,\ \beta=i$
$\therefore\ \alpha+\beta i=0$
$\therefore$ ㉢, ㉣는 $\alpha,\ \beta$가 실수일 때만 성립한다.

25. 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $z=a+bi$와 켤레복소수 $\bar{z}=a-bi$의 곱 $z\bar{z}=5$일 때, $\frac{1}{2}\left(z+\frac{5}{z}\right)$를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$z\bar{z}=5,\quad \bar{z}=\frac{5}{z}$

$\therefore \frac{1}{2}\left(z+\frac{5}{z}\right)=\frac{1}{2}(z+\bar{z})=\frac{1}{2}\times 2a=a$

26. $w = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}$ 일 때, $(w+2w^2)^2 + (2w+w^2)^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$w = \frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

$\therefore\ w^2 + w + 1 = 0,\quad w^3 = 1$

$$\begin{aligned}\therefore\ & (w+2w^2)^2 + (2w+w^2)^2 \\ &= (w-2w-2)^2 + (2w-w-1)^2 \\ &= (-w-2)^2 + (w-1)^2 \\ &= w^2 + 4w + 4 + w^2 - 2w + 1 \\ &= 2w^2 + 2w + 5 \\ &= 2(w^2 + w + 1) + 3 \\ &= 3\end{aligned}$$

27. $a_1,\ a_2,\ \cdots a_{10}$ 은 1 또는 -1 의 값을 갖고 $a_1a_2\ \cdots\cdots\ a_{10}=1$ 일 때, $\sqrt{a_1}\,\sqrt{a_2}\cdots\cdots\sqrt{a_{10}}$ 의 값이 될 수 있는 수를 다음 <보기> 에서 모두 고르면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

보기

㉠ 1	㉡ -1	㉢ i	㉣ $-i$

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$a_1a_2\ \cdots\cdots\ a_{10}=1$ 이면 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_{10}$ 중에서 -1 이 되는 수는 짝수(0 포함) 개 있다.

i) -1 이 $4k+2(k=0,\ 1,\ 2)$ 개 있을 때

$\sqrt{a_1}\,\sqrt{a_2}\ \cdots\cdots\ \sqrt{a_{10}}$
$=\sqrt{a_1a_2\cdots a_{10}}\ i^{4k+2}=\sqrt{1}\cdot i^2=-1$

ii) -1 이 $4k(k=0,\ 1,\ 2)$ 개 있을 때

$\sqrt{a_1}\,\sqrt{a_2}\ \cdots\cdots\ \sqrt{a_{10}}$
$=\sqrt{a_1a_2\cdots a_{10}}\ i^{4k}$
$=1$

i), ii) 에서 ㉠, ㉡ 만이 옳다.

28. $A(n) = i^n + (-1)^n n$, $f(n) = A(1) + A(2) + \cdots + A(n)$이라 할 때, $f(10) + f(11) + f(12) + f(13)$의 값은? (단, n은 자연수이고 $i = \sqrt{-1}$이다.)

① $2i - 2$ ② $2i + 2$ ③ $2i - 4$

④ $2i + 4$ ⑤ $4i - 2$

해설

$$
\begin{aligned}
f(10) &= (i-1) + (i^2+2) + (i^3-3) + \cdots + (i^{10}+10) \\
&= (i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{10}) \\
&\quad + (-1 + 2 - 3 + \cdots + 10) \\
&= (i-1) + (1+1+1+1+1) \\
&= i + 4 \\
f(11) &= f(10) + i^{11} - 11 \\
&= (i+4) + (-i-11) = -7 \\
f(12) &= f(11) + i^{12} + 12 \\
&= -7 + (1+12) = 6 \\
f(13) &= f(12) + i^{13} - 13 \\
&= 6 + (i-13) = i - 7
\end{aligned}
$$

$\therefore f(10) + f(11) + f(12) + f(13)$

$= (i+4) + (-7) + 6 + (i-7) = 2i - 4$

29. 서로 다른 두 복소수 x, y 가 $x^2 - y = i,\ y^2 - x = i$ 를 만족할 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 - 3i$

해설

$x^2 - y = i \cdots$ ①, $y^2 - x = i \cdots$ ② 에서

① - ② 하면 : $(x+y)(x-y) + (x-y) = 0$,

$(x-y)(x+y+1) = 0$

조건에서 $x \neq y$ 이므로 $x + y = -1$ 이다.

① + ②하면 $x^2 + y^2 - x - y = 2i$

식을 변형하면 $(x+y)^2 - 2xy - (x+y) = 2i$

$\therefore\ xy = 1 - i$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ &= (-1)^3 - 3(1-i)(-1) \\ &= 2 - 3i \end{aligned}$$

30. 복소수 z_k (k 는 자연수)를 $z_1 = 1+i$, $z_2 = \bar{z}_1 + (1-i)$, $z_3 = \bar{z}_2 + (1-i), \cdots$ 와 같은 방법으로 정할 때, $\bar{z}_{100}$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 은 z 의 켤레복소수)

① $50+i$　② $50-i$　③ $100+2i$
④ $100-2i$　⑤ $200+4i$

해설

$z_1 = 1+i,\ z_2 = (1-i)+(1-i) = 2-2i,$
$z_3 = 3+i, z_4 = 4-2i, z_5 = 5+i \cdots\cdots$
$\Rightarrow\ z_{2n+1} = (2n+1)+i,\ \ z_{2n} = 2n-2i$
$\therefore \bar{z}_{100} = 100+2i$