

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

3. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$

② $4x^2 - 7x + 3$

③ $4x^2 - 4x + 5$

④ $4x^2 - 8x + 2$

⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R = (2x - 1) \frac{1}{2} Q(x) + R$$

5. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

6. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

7. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

①

11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$ab + bc + ca = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11$$

8. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

9. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $2a - b$ 의 값은?

① -3

② -5

③ -4

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{ 일 때, } 4 - 4a + b = 0 \dots\dots ①$$

$$x^2 = -3 \text{ 일 때, } 9 + 6a + b = 0 \dots\dots ②$$

$$①, ② \text{에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

10. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

11. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

12. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

13. $(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$ 이라 할 때,
 $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2^{24}

④ 2^{25}

⑤ 2^{50}

해설

$$(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{50}x^{50}$$

$x = 1$ 을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{49} + a_{50} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50} = 0$$

14. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 할 수 있다.

$$f(1) = a + b = 2$$

$$f(-2) = -2a + b = 5$$

연립하면, $a = -1$ $b = 3$

$$\therefore R(x) = -x + 3$$

$$R(2) = 1$$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 $3x + 2$ 가 남고, 그 몫을 $x - 1$ 로 나누면 2가 남는다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^3 - 1$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $\frac{1}{2}R(2)$ 의 값을 구하면?

① 41

② 31

③ 21

④ 11

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 + x + 1)Q(x) + 3x + 2 \\&= (x^2 + x + 1)\{(x - 1)p(x) + 2\} + 3x + 2 \\&= (x^3 - 1)p(x) + 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore R(x) &= 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore \frac{1}{2}R(2) &= 11\end{aligned}$$

17. 다항식 $f(x)$ 는 $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지고 $x+4$ 로 나누면 3 이 남는다. $f(x)$ 를 $(x+2)^2(x+4)$ 로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $\frac{3}{4}(x+2)^2$

② $\frac{3}{2}(x+2)^2$

③ $3(x+2)^2$

④ $(x+2)(x+4)$

⑤ $3x^2 + 4x + 3$

해설

$f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 라 놓으면 $f(x)$ 는 $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지므로

$$ax^2 + bx + c = a(x+2)^2$$

$$\therefore f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + a(x+2)^2$$

또 $f(x)$ 를 $(x+4)$ 로 나눌 때 나머지가 3 이므로 $f(-4) = 3$

$$\therefore 4a = 3, a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지는 } \frac{3}{4}(x+2)^2$$

18. $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$ 은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x = 21$ 이라 하면

$$\begin{aligned} & \sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1} \\ &= \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3) + 1} \\ &= \sqrt{\{x(x+3)\}(x+1)(x+2) + 1} \\ &= \sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2) + 1} \\ &= \sqrt{(x^2+3x)^2 + 2(x^2+3x) + 1} \\ &= \sqrt{\{(x^2+3x) + 1\}^2} \\ &= x^2 + 3x + 1 \quad (\because (x^2+3x) + 1 > 0) \\ &= 21^2 + 3 \cdot 21 + 1 = 505 \\ &\text{각자리 숫자의 합은 } 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$

19. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

20. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

21. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?

① 직삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$$

$$a^2(a+b) - b^2(a+b) - c(a^2 - b^2) = 0$$

$$(a+b)(a^2 - ac + bc - b^2) = 0$$

$$(a+b)\{(a-b)(a+b) - c(a-b)\} = 0$$

$$(a+b)(a-b)(a+b-c) = 0$$

$$a+b > 0, a+b-c > 0 \text{ 이므로 } a=b$$

$\therefore a=b$ 인 이등변삼각형

22. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

23. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

24. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$

② $(x+1)(x+2)$

③ $(x+1)(x-2)$

④ $(x-1)(x-2)$

⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$$

$$= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$$

$$3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1)$$

$$\therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1)$$

25. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 2$ 이고 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 이다. $A + B = ax^2 + bx + c$ 를 만족하는 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x + 2)(x + 1)(x - 2)$$

두 다항식은 각각 $(x + 2)(x + 1), (x + 2)(x - 2)$

$$A + B = (x + 2)(x - 2) + (x + 2)(x + 1)$$

$$= 2x^2 + 3x - 2 = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$