

1. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235 \dots$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

2. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $4\sqrt{3}-1 > 3+\sqrt{75}$
- ㉡ $4-\sqrt{12} < 1+\sqrt{3}$
- ㉢ $-2+3\sqrt{3} < 2+\sqrt{12}$
- ㉤ $-3\sqrt{7}+\sqrt{2} > -\sqrt{7}-\sqrt{2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $4\sqrt{3}-1 > 3+\sqrt{75}$
 $4\sqrt{3}-1-3-5\sqrt{3} = -\sqrt{3}-4 < 0$
 $\therefore 4\sqrt{3}-1 < 3+\sqrt{75}$
㉤ $-3\sqrt{7}+\sqrt{2} > -\sqrt{7}-\sqrt{2}$
 $-3\sqrt{7}+\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{2} = -2\sqrt{7}+2\sqrt{2} < 0$
 $\therefore -3\sqrt{7}+\sqrt{2} < -\sqrt{7}-\sqrt{2}$

3. $12\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right)$ 를 전개하면?

① $\frac{4}{3}x^2 - 12xy + \frac{3}{4}y^2$

③ $\frac{4}{3}x^2 + 12xy + \frac{3}{4}y^2$

⑤ $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{3}y^2$

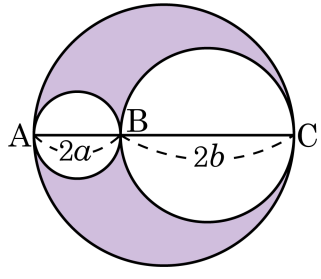
② $\frac{4}{3}x^2 - 6xy - \frac{3}{4}y^2$

④ $\frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2$

해설

$$\begin{aligned} 12\left\{\left(\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{4}y\right)^2\right\} &= 12\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{16}y^2\right) \\ &= \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2 \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 큰 원의 지름이고 나머지 원의 지름은 각각 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 2b$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이 S 를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $S = \pi ab$ ② $S = 2\pi ab$ ③ $S = 4\pi ab$
 ④ $S = 8\pi ab$ ⑤ $S = 16\pi ab$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(색칠한 부분의 넓이)} \\
 &= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 두 원의 넓이}) \\
 &= \pi \left(\frac{2a + 2b}{2} \right)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2) \\
 &= \pi(a + b)^2 - \pi(a^2 + b^2) \\
 &= \pi(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2) \\
 &= 2\pi ab
 \end{aligned}$$

5. 5.1×4.9 를 간편하게 계산하기 위하여 이용되는 곱셈 공식으로 적절한 것은?

① $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

② $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

④ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

⑤ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

해설

$5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 25 - 0.01$
따라서 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 을 사용한다.

6. 두 다항식 $x^2 - ax - 15$, $2x^2 - 9x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 15 &= (x - 3)(x + 5) \\ -a &= -3 + 5, \quad a = -2 \\ 2x^2 - 9x + b &= (x - 3)(2x + q) \\ q - 6 &= -9, \quad q = -3 \\ b &= -3 \times (-3), \quad b = 9 \\ \therefore a + b &= 7\end{aligned}$$

7. $(a-b+3)(a+b-3)$ 을 간단히 하면?

① $a^2 - b^2 - 9$

② $a^2 + b^2 - 9$

③ $a^2 - b^2 + 6b - 9$

④ $a^2 - b^2 - 9b - 9$

⑤ $a^2 - b^2 + 6b + 9$

해설

$b-3=A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (a-A)(a+A)$$

$$= a^2 - A^2$$

$$= a^2 - (b^2 - 6b + 9)$$

$$= a^2 - b^2 + 6b - 9$$

8. $ab + 5a - 3b - 23 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0, b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\begin{aligned} ab + 5a - 3b - 23 &= 0 \\ a(b + 5) - 3(b + 5) + 15 - 23 &= 0 \\ (a - 3)(b + 5) - 8 &= 0 \\ (a - 3)(b + 5) &= 8 \\ a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } b + 5 &> 5 \\ a - 3 = 1, b + 5 &= 8 \\ \therefore a = 4, b &= 3 \end{aligned}$$

9. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k \\ &= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k \\ & x^2-8x=A \text{로 놓으면,} \\ & (A+7)(A+15)+k \\ &= A^2+22A+105+k=(A+11)^2 \\ & \therefore 105+k=11^2=121 \\ & \therefore k=16 \end{aligned}$$

10. $4xy - 2x - 2y + 1$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(cy + d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 4xy - 2x - 2y + 1 &= 2x(2y - 1) - (2y - 1) \\ &= (2x - 1)(2y - 1) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 2 - 1 + 2 - 1 = 2$$

11. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\&= 3a - b + 2a + 2b \\&= 5a + b\end{aligned}$$

12. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

13. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

14. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(x) = 42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

해설

$$N(1) + \cdots + N(3) = 1 \times 3 = 3$$

$$N(4) + \cdots + N(8) = 2 \times 5 = 10$$

$$N(9) + \cdots + N(15) = 3 \times 7 = 21$$

$$N(16) + N(17) = 4 \times 2 = 8$$

$x = 17$ 일 때, 성립

15. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\&= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\&= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\&= (3^8-1)(3^8+1) \\&= 3^{16} - 1 \\a &= 16, b = -1 \\ \therefore a+b &= 15\end{aligned}$$

16. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.

17. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서

$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로

$3 - x = x^2, x^2 + x = 3$

$\therefore x^2 + x + 1 = 4$

18. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15)$ 이므로
 $f(220) = (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14$
 $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$ 이므로
 $f(144) = (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11$
 $\therefore f(220) - f(144) = 14 - 11 = 3$

19. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

20. x 에 관한 이차식 $x^2 + 11x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, 자연수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 18

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} a + b &= 11, k = ab \\ a = 1, b = 10 &\Rightarrow k = 10 \\ a = 2, b = 9 &\Rightarrow k = 18 \\ a = 3, b = 8 &\Rightarrow k = 24 \\ a = 4, b = 7 &\Rightarrow k = 28 \\ a = 5, b = 6 &\Rightarrow k = 30 \end{aligned}$$