

1. 등식  $x^2 + 2x + 3 = a(x - 1)^2 + bx + c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

### 해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x - 1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b - 2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

2. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을  $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

- ① 몫:  $x - 1$ , 나머지: 1
- ② 몫:  $x - 1$ , 나머지: 4
- ③ 몫:  $x^2 - x - 4$ , 나머지: 1
- ④ 몫:  $x^2 - x + 4$ , 나머지: 1
- ⑤ 몫:  $x^2 - x + 4$ , 나머지:  $x - 1$

### 해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\
 & & 1 & -1 & 4 \\
 \hline
 & 1 & -1 & 4 & 1
 \end{array}$$

$$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$$

따라서 몫은  $x^2 - x + 4$ , 나머지는 1

3. 다음 이차방정식 중에서 한 근이  $x = -1 + \sqrt{3}$  인 것은?

①  $(x+1)^2 = -3$

②  $(x+1)^2 = 3$

③  $(x+3)^2 = -1$

④  $(x+3)^2 = 1$

⑤  $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$  에서  $x+a = \pm\sqrt{b}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$  임을 이용해 각 방정식을 풀면

①  $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$

②  $x = -1 \pm \sqrt{3}$

③  $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$

④  $x = -3 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = -4$  또는  $x = -2$

⑤  $x = 1 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = 0$  또는  $x = 2$

4. 연립방정식  $ax + by = 8$ ,  $2ax - by = -2$ 의 근이  $x = 1$ ,  $y = 2$ 일 때,  $a$ ,  $b$ 의 값은?

①  $a = -2$ ,  $b = -3$

②  $a = 3$ ,  $b = 2$

③  $a = 2$ ,  $b = -3$

④  $a = 2$ ,  $b = 3$

⑤  $a = -3$ ,  $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이  $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

5. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 부등식  $ax > b$ 의 해가  $x < -2$  일 때, 부등식  $bx > 2a + 4b$ 의 해는?

①  $x > 0$

②  $x > 1$

③  $x > 2$

④  $x > 3$

⑤  $x > 4$

### 해설

부등식  $ax > b$ 의 해가  $x < -2$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로  $a < 0$

이때,  $x < \frac{b}{a}$ 에서  $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서  $bx > 2a + 4b$ 에서  $b = -2a$ 를 대입하면

$$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$$

$$-2ax > -6a$$

$a < 0$ 에서  $-2a > 0$ 이므로

$$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$$

6. 연립부등식  $\begin{cases} x + 3 < 4 \\ 5x - 8 < 17 \end{cases}$  의 해를 구하면?

①  $x < 1$

②  $x > 5$

③  $1 < x \leq 5$

④  $1 \leq x < 5$

⑤ 해가 없다.

해설

$$x + 3 < 4, x < 1$$

$$5x - 8 < 17, x < 5$$

따라서 구하는 해는  $x < 1$

7. 두 점 A(-4), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

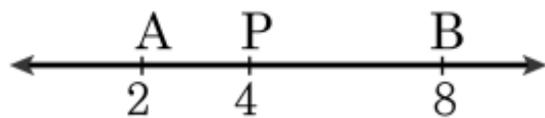
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-4)| = 10$$

8. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여  
선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는?



- ① 1 : 2      ② 2 : 3      ③ 1 : 3      ④ 2 : 5      ⑤ 1 : 4

해설

선분 AP의 길이는  $4 - 2 = 2$ ,

선분 PB의 길이는  $8 - 4 = 4$ 이다.

따라서 선분 AP와 선분 PB의 길이의 비는  
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

9. 점  $(3, -3)$ 와 직선  $x - y - 4 = 0$  사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\sqrt{2}$

해설

$$d = \frac{|3 \times 1 + (-3) \times (-1) + (-4)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

10.  $(a + 1)(a^2 - a + 1) = a^3 + 1$  을 이용하여  $\frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$  라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a - 1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

11.  $x$ 에 대한 이차방정식  $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2,  $\alpha$ 일 때,  $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

### 해설

해가 2,  $\alpha$ 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고  $\alpha$ 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

12. 이차함수  $y = x^2 + (k - 3)x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않을 때, 실수  $k$  의 값의 범위는?

①  $-1 < k < 7$

②  $-1 < k < 8$

③  $0 < k < 9$

④  $1 < k < 9$

⑤  $1 < k < 10$

### 해설

주어진 이차함수의 그래프가  
 $x$  축과 만나지 않으려면

이차방정식  $x^2 + (k - 3)x + k = 0$  이  
실근을 갖지 않아야 하므로

$$D = (k - 3)^2 - 4k < 0$$

$$k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$$

$$\therefore 1 < k < 9$$

13. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) t = 4 \text{일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) t = 9 \text{일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

14. 부등식  $|2x - a| > 7$ 의 해가  $x < -1$  또는  $x > b$ 일 때, 상수  $a, b$ 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$  또는  $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$  또는  $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$  또는  $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

15. 이차부등식  $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가  $-4 < x < 2$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.(단,  $a$ 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답:  $-8$

해설

해가  $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

16. 부등식  $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든  $x$ 의 값이 부등식  $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수  $k$ 의 최댓값은? (단,  $k > 0$ )

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식  $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식  $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가  $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

$$-k + 2 \geq -4, k + 2 \leq 4 \text{ 이어야 하므로}$$

$$k \leq 6, k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수  $k$ 의 최댓값은 2이다.

17. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ (x - a)(x + 2) > 0 \end{cases}$  의 해가  $-2 < x < 1$  이 될 때, 실수

$a$ 의 최댓값은?

① 0

② -2

③ -4

④ -6

⑤ -8

해설

$x^2 + 3x - 4 < 0$ 의 해가

$-4 < x < 1$ 이므로

연립부등식의 해가  $-2 < x < 1$ 가 되려면

$(x - a)(x + 2) > 0$ 의 해는

$x < a, x > -2$ 이고,  $a \leq -4$ 이다.

18. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원  $O, O'$ 이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각  $r, r'$ 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를  $d$ 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?

①  $d > r + r'$

②  $d < |r - r'|$

③ 공통외접선은 1개이다.

④ 공통내접선은 2개이다.

⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

①  $d < r + r'$

②  $d > |r - r'|$

③ 공통외접선은 2개이다.

④ 공통내접선은 없다.

19. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

①  $(x - y)^2 - xy(y - x) = (x - y)(x - y + xy)$

②  $3a^2 - 27b^2 = 3(a + 3b)(a - 3b)$

③  $64a^3 - 125 = (4a + 5)(16a^2 - 20a + 25)$

④  $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x + 1)(x - 2)$

⑤  $2x^2 - 5x + 3 = (x - 1)(2x - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a - 5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

20. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$ 에 대하여  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

### 해설

$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 에서

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

$a, b, c$ 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

21. 이차함수  $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을  $M$ 이라고 할 때,  $M$ 의 최솟값을 구하여라. (단,  $a$ 는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답:  $-8$

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서  $M$ 의 최솟값은  $-8$ 이다.

22.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 + ax + 5 = 0$ ,  $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수  $a$ 의 값들의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통근을  $p$ 라 하면

$$p^2 + ap + 5 = 0, p^2 + 5p + a = 0$$

두 식을 빼면,  $(a - 5)p = a - 5$

$$(a - 5)(p - 1) = 0$$

$$\therefore a = 5 \text{ 또는 } p = 1$$

$$p = 1 \text{이면, } 1 + a + 5 = 0, a = -6$$

$$\therefore a \text{의 합: } -6 + 5 = -1$$

23. 부등식  $(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 개수는?

① 6개

② 5개

③ 4개

④ 3개

⑤ 2개

해설

$$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$$

$1 < |x| < 3$ 에서 구간을 나누면

(i)  $x \geq 0$ 일 때,  $1 < x < 3$ , 정수 : 2

(ii)  $x < 0$ 일 때,  $1 < -x < 3$ ,

$-3 < x < -1$  정수 : -2

$\therefore$  정수의 개수 : 2개

24. (1, 2)에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선 중  $y$ 축에 평행하지 않는 직선의 방정식은?

①  $3x + 4y + 5 = 0$

②  $3x + 4y - 5 = 0$

③  $3x - 4y + 5 = 0$

④  $3x - 4y - 5 = 0$

⑤  $3x + y + 1 = 0$

해설

점(1, 2)를 지나는 접선의 기울기를  $m$ 이라 하면

$$y = m(x - 1) + 2 \quad \cdots \text{㉠}$$

㉠과 원 중심사이 거리는 반지름과 같으므로

$$\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1$$

$$(m - 2)^2 = m^2 + 1$$

$$m = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}, \quad 3x - 4y + 5 = 0$$

25. 두 점 A(-3, 0), B(1, 0)으로 부터의 거리의 비가 3 : 1인 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값은?

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

해설

주어진 조건에서  $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 1$ 이므로

$$\overline{AP} = 3\overline{BP}$$

$$\therefore \overline{AP}^2 = 9\overline{BP}^2$$

점 P의 좌표를 (x, y)라 놓으면

$$(x+3)^2 + y^2 = 9(x-1)^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 - 3x = 0 \therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

따라서 점 P는 중심이 좌표가  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 이고

반지름의 길이가  $\frac{3}{2}$ 인 원 위를 움직인다.

그림과 같이 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을

H라 하면

$$\Delta PAB = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{PH}$$

이 때,  $\overline{AB} = 4$ 이고  $\overline{PH}$

의 길이의 최댓값은 반지름의 길이

$\frac{3}{2}$ 이므로 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

