

1. $\frac{2}{3}$ 에 대한 설명으로 가장 알맞은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수 ② 자연수가 아닌 정수
③ 자연수와 정수 ④ 정수
⑤ 무리수

해설

$\frac{2}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.

2. $x = 2.6666\cdots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

① 0.26

② 2.6

③ 2.4

④ 24

⑤ 26.66

해설

10을 곱하면 $10x = 26.6666\cdots$

$x = 2.6666\cdots$ 이므로

$10x - x = 24$ 이다.

3. $0.\dot{2}0\dot{7} = 207 \times \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

- ① 0.001 ② 0.001 ③ 0.001 ④ 0.001 ⑤ 0.101

해설

$$0.\dot{2}0\dot{7} = \frac{207}{999} = 207 \times \frac{1}{999} = 207 \times 0.\dot{0}01$$

4. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$$9^3 \times 27^2 \div 3^4 = 3^x$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(3^2)^3 \times (3^3)^2 \div 3^4 = 3^8$$

5. $x^2 - \{4x^2 + x - (2x - 2)\}$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 + x + 2$

② $3x^2 - x - 2$

③ $-3x^2 + x - 2$

④ $-x^2 + 3x - 2$

⑤ $3x^2 - x + 10$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - \{4x^2 + x - (2x - 2)\} \\ &= x^2 - (4x^2 + x - 2x + 2) \\ &= x^2 - (4x^2 - x + 2) \\ &= x^2 - 4x^2 + x - 2 \\ &= -3x^2 + x - 2 \end{aligned}$$

6. 등식 $(-2x^2 + 3x) \div \frac{1}{2}x + (4x^3 - 5x^2) \div \left(-\frac{1}{3}x^2\right) = -11$ 을 만족하는 x 의 값은?(단, $x \neq 0$)

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$(-2x^2 + 3x) \div \frac{1}{2}x + (4x^3 - 5x^2) \div \left(-\frac{1}{3}x^2\right) = -11$$

$$(-2x^2 + 3x) \times \frac{2}{x} + (4x^3 - 5x^2) \times \left(-\frac{3}{x^2}\right) = -11$$

$$2(-2x + 3) - 3(4x - 5) = -11$$

$$-4x + 6 - 12x + 15 = -11$$

$$-16x = -32$$

$$\therefore x = 2$$

7. 다음 식을 간단히 하면?

$$(4a^2b - 8ab + 2b) \div (-2b) + (a^2x - ax) \div \frac{1}{3}x$$

① $a - 1$

② $a^2 + a - 1$

③ $a^2 - 1$

④ $a^2 - a$

⑤ $2a^2 + a - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (4a^2b - 8ab + 2b) \div (-2b) + (a^2x - ax) \times \frac{3}{x} \\ &= \frac{4a^2b - 8ab + 2b}{-2b} + \frac{3(a^2x - ax)}{x} \\ &= -2a^2 + 4a - 1 + 3a^2 - 3a \\ &= a^2 + a - 1 \end{aligned}$$

8. $x = \frac{a}{2}, y = \frac{2b}{3}$ 일 때, $2ax - 3by$ 를 a 와 b 에 관한 식으로 나타내면?

① $2a - 2b$

② $2a - 3b$

③ $a^2 - 2b^2$

④ $a^2 - b^2$

⑤ $2a^2 - 3b^2$

해설

$x = \frac{a}{2}, y = \frac{2b}{3}$ 를 식 $2ax - 3by$ 에 대입하면

$$2a \times \frac{a}{2} - 3b \times \frac{2b}{3} = a^2 - 2b^2$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{9} = 1$

② $0.2\dot{3}\dot{4} = \frac{116}{495}$

③ $\frac{3^4}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 은 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ $0.250250250\cdots = 0.\dot{2}5\dot{0}$

⑤ $0.21\dot{3}\dot{4}$ 의 순환마디는 34 이다.

해설

③ $\frac{3^4}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 7}$ 이므로 무한소수로 나타내어진다.

10. $2^x \times 2^2 = 64$ 이고 $2^5 + 2^5 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$2^{x+2} = 2^6$ 이므로 $x = 4$ 이고

$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6 = 2^y$ 이므로 $y = 6$ 이다.

따라서 $x + y = 4 + 6 = 10$ 이다.

11. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

12. $27^{2x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{7}$

해설

$$(3^3)^{2x+1} = (3^{-1})^{x+1}$$

$$6x + 3 = -x - 1$$

$$7x = -4$$

$$\therefore x = -\frac{4}{7}$$

13. $x^2 - \{5x - (x + 3x^2 - \square)\} = 2x^2 - x - 5$ 에서 $\square$ 안에
알맞은 식을 구하면?

- ① $-x^2 - 3x - 5$ ② $-2x^2 + 3x - 5$ ③ $3x^2 - 3x + 5$
④ $2x^2 - 5x + 5$ ⑤ $2x^2 - 3x + 5$

해설

$$x^2 - \{5x - (x + 3x^2 - \square)\} = 2x^2 - x - 5 \text{ 를 정리하면}$$

$$4x^2 - 4x - \square = 2x^2 - x - 5$$

$$\square = 4x^2 - 4x - (2x^2 - x - 5) = 2x^2 - 3x + 5$$

14. $x = 4$, $y = -2$ 일 때, $\left(\frac{4}{xy^3}\right)^2 \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^3 \times (3xy)^3$ 의 값은?

① 3

② 8

③ 21

④ 27

⑤ 35

해설

$$(\text{준식}) = \frac{16}{x^2y^6} \times \left(-\frac{y^6}{8x^3}\right) \times 27x^3y^3 = -\frac{54y^3}{x^2},$$

$$x = 4, y = -2 \text{ 대입 : } -\frac{54 \times (-2)^3}{4^2} = 27$$

15. 비례식 $(2x - 5y) : (-3x - y) = 3 : 4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x = y$

② $x = 2y$

③ $x = 3y$

④ $x = 4y$

⑤ $x = 5y$

해설

$$3(-3x - y) = 4(2x - 5y)$$

$$-9x - 3y = 8x - 20y$$

$$-17x = -17y$$

$$\therefore x = y$$

16. 두 분수 $\frac{6}{35}$, $\frac{14}{36}$ 에 어떤 수 a 를 각각 곱하면 모두 유한소수가 된다고 할 때, 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{6}{35} \times a = \frac{6}{5 \times 7} \times a$ 에서 a 는 7의 배수이고,
 $\frac{14}{36} \times a = \frac{7}{18} \times a = \frac{7}{2 \times 3^2} \times a$ 에서 a 는 9의 배수 일 때 유한소수가 되므로
7과 9의 공배수 중 가장 작은 수는 63이다.

17. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(27+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}, \quad 81+3x=99$$

$$\therefore x=6$$

$$10y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=7$$

$$x+y+z=6+2+7=15$$

18. 부등식 $3.9 < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 18 ⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

19. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

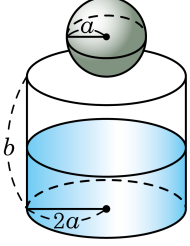
▷ 정답 : 25

해설

$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19$ 이므로 $a = 19, b = 6$
 $\therefore a + b = 19 + 6 = 25$

20. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
 ④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는
 $h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

21. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

22. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7 개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

23. $0.\dot{3}0 = a \times 0.\dot{0}1$, $0.\dot{3}0\dot{0} = b \times 0.\dot{0}0\dot{1}$ 일 때, $|a - b|$ 의 값은?

- ① 150 ② 220 ③ 270 ④ 320 ⑤ 350

해설

$$0.\dot{3}0 = \frac{30}{99} = 30 \times \frac{1}{99} = 30 \times 0.\dot{0}1$$

$$\therefore a = 30$$

$$0.\dot{3}0\dot{0} = \frac{300}{999} = 300 \times \frac{1}{999} = 300 \times 0.\dot{0}0\dot{1}$$

$$\therefore b = 300$$

$$\therefore |a - b| = |30 - 300| = 270$$

24. $a = \frac{1}{2^{2x-1}}, b = \frac{1}{3^x}$ 일 때, 12^x 을 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{ab}$

해설

$12^x = (2^2 \times 3)^x = 2^{2x} \times 3^x$ 이므로 주어진 a, b 를 $2^{2x}, 3^x$ 으로 정리하면

$$2^{2x-1} = \frac{1}{a} \text{에서 } 2^{2x} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{a} \quad \therefore 2^{2x} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{1}{3^x} = b \text{에서 } \therefore 3^x = \frac{1}{b}$$

$$\therefore 12^x = 2^{2x} \times 3^x = \frac{2}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$

25. 자연수 n 에 대하여 $f_n(x) = nx^n + (n-1)x^{n-1} + (n-2)x^{n-2} + \cdots + 1$ 이라 할 때, $f_{100}(-1) - f_{99}(-1) + f_{98}(-1) - f_{97}(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 198

해설

$$\begin{aligned} f_{100}(-1) &= 100(-1)^{100} + 99(-1)^{99} + 98(-1)^{98} + \cdots + 1 \\ f_{99}(-1) &= 99(-1)^{99} + 98(-1)^{98} + 97(-1)^{97} + \cdots + 1 \\ f_{98}(-1) &= 98(-1)^{98} + 97(-1)^{97} + 96(-1)^{96} + \cdots + 1 \\ f_{97}(-1) &= 97(-1)^{97} + 96(-1)^{96} + 95(-1)^{95} + \cdots + 1 \\ \therefore f_{100}(-1) - f_{99}(-1) + f_{98}(-1) - f_{97}(-1) &= 100 + 98 = 198 \end{aligned}$$