

1.  $4x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(3\alpha - 2)(3\beta - 2)$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

### 해설

근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{3}{4}, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

$$(3\alpha - 2)(3\beta - 2) = 9\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 4$$

$$= 9 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{3}{4} + 4$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{9}{2} + 4 = 4$$

2.  $a^2 - 3a + 1 = 0$  일 때,  $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$  의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$a^2 - 3a + 1 = 0$  에서

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편,  $a^2 - 3a + 1 = 0$  의 양변을  $a$  로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$

3.  $x, y$  에 대한 이차식  $f(x, y) = x^2 + 2(y-1)x + y^2 + ky - 3$  이  $x, y$  의 두 일차식으로 인수분해될 때, 실수  $k$  의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

### 해설

이차방정식  $x^2 + 2(y-1)x + y^2 + ky - 3 = 0$  의 두 근을 구하면 근의 공식에 의하여

$$\begin{aligned}x &= -(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - (y^2 + ky - 3)} \\ &= -(y-1) \pm \sqrt{-(2+k)y + 4} \dots\dots \text{㉠}\end{aligned}$$

한편,  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  이면

$$x^2 + ax + b = (x - \alpha)(x - \beta) \text{ 이고}$$

준식이  $x, y$  의 일차식으로 인수분해되므로

$x$  의 두 근 ㉠에서  $-(2+k)y + 4$  가 완전제곱 꼴이 되어야 한다. 따라서 근호 안의 판별식  $D$  는 0이어야 한다.

$$\therefore D = (2+k)^2 - 4 \cdot 0 \cdot 4 = 0$$

$$2+k=0$$

$$\therefore k = -2$$

4. 이차항의 계수가 1인 이차방정식에서 상수항을 1만큼 크게 하면 두 근이 같고, 상수항을 3만큼 작게 하면 한 근은 다른 근의 두 배가 된다고 한다. 이 때, 처음 방정식의 두 근의 제곱의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 74

### 해설

처음 방정식을  $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하면  
 $x^2 + bx + (c + 1) = 0$ 의 근은 중근이 된다.

$$\therefore D = b^2 - 4(c + 1) = 0$$

$$\therefore b^2 = 4c + 4 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또,  $x^2 + bx + (c - 3) = 0$ 의 두 근은  $\alpha$ ,  $2\alpha$ 가 된다.

$$\therefore \alpha + 2\alpha = -b \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\therefore \alpha \cdot 2\alpha = c - 3 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에서  $b = \pm 12$ ,  $c = 35$ 이므로

처음 방정식은  $x^2 \pm 12x + 35 = 0$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } -7, \quad x = 5 \text{ 또는 } 7$$

따라서 (두 근의 제곱의 합) =  $(\pm 5)^2 + (\pm 7)^2 = 74$

5. 서로 다른 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 방정식  $x^2 + 2ax + b = 0$ 과  $x^2 + 2bx + a = 0$ 의 두 근의 차가 서로 같을 때,  $a, b$ 의 관계식은?

①  $a + b = 0$

②  $a - b - 1 = 0$

③  $a - b + 1 = 0$

④  $a + b - 1 = 0$

⑤  $a + b + 1 = 0$

해설

$x^2 + 2ax + b = 0$ 의 해를  $\alpha, \beta$

$x^2 + 2bx + a = 0$ 의 해를  $\gamma, \delta$ 라 하면

$|\alpha - \beta| = |\gamma - \delta|$ 에서

$$(\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2,$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (\gamma + \delta)^2 - 4\gamma\delta$$

$$(-2a)^2 - 4b = (-2b)^2 - 4a$$

$$\therefore (a - b)(a + b + 1) = 0$$

$a \neq b$ 이므로  $a + b + 1 = 0$