1. $x(ax+1)-3=-2x^2-bx+c$ 가 이차방정식일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}x(ax+1)-3 &= -2x^2-bx+c \text{ 에서} \\(a+2)x^2+(1+b)x-3-c &= 0 \\a+2 \neq 0 \text{ 이어야 하므로 } a &\neq -2\end{aligned}$$

2. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x+2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

① $0 - 0 = 0$

⑤ $2 \cdot 64 - 15 \cdot 8 - 8 = 0$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 일 때, A 의 값은?

- ① -15 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+5) &= 0 \\ x^2 + 2x - 15 &= 0 \\ \therefore A &= -15\end{aligned}$$

4. 다음 중 $(x-1)(x+2) = 0$ 과 같은 것은?

① $x+1=0$ 또는 $x-2=0$ ② $x-1=0$ 또는 $x+2=0$

③ $x+1=0$ 또는 $x+2=0$ ④ $x-1=0$ 또는 $x-2=0$

⑤ $x-1=0$ 또는 $x+1=0$

해설

$(x-1) = 0$ 또는 $(x+2) = 0$

5. 이차방정식 $x(x+5) = 2x$ 를 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 0$

▷ 정답: $x = -3$

해설

$$\begin{aligned}x(x+5) &= 2x, x^2 + 5x - 2x = 0 \\x^2 + 3x &= 0, x(x+3) = 0 \\ \therefore x &= 0 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 + (a-1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a-1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

7. 이차방정식 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 0$

▷ 정답: $k = -8$

해설

이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때
 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$
 $D = (k+4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
 $(k+4)^2 = 16, k+4 = \pm 4, k = -4 \pm 4$
따라서 $k = 0$ 또는 $k = -8$ 이다.

8. $(x+2)(x-6) = 3$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 19$

해설

$$(x+2)(x-6) = 3, x^2 - 4x - 12 = 3$$

$$x^2 - 4x = 15, (x-2)^2 = 15 + 4$$

$$(x-2)^2 = 19$$

$$\therefore a = -2, b = 19$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 해가 $x = \frac{2 \pm \sqrt{k}}{3}$ 일 때, k 의 값은?

- ① 50 ② 40 ③ 30 ④ 20 ⑤ 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$\therefore k = 10$$

10. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$

③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$

④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x-2)(2x+1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

11. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 2 와 -1 일 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$3(x-2)(x+1) = 0$$

$$3(x^2 - x - 2) = 0$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore b = -3, c = -6$$

$$\therefore bc = 18$$

12. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

13. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 6x = 0$

㉡ $(2x + 1)^2 = 3$

㉢ $2x^2 = 8x - 8$

㉣ $(x + 2)^2 = 2x^2 + 1$

- ① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉢ $2x^2 = 8x - 8,$
 $2x^2 - 8x + 8 = 0,$
 $2(x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$ (중근)

14. 이차방정식 $(x-5)^2 = a$ 의 한 근이 $x = 5 - \sqrt{3}$ 일 때, 다른 한 근은?
(단, $a \geq 0$)

① 5

② $3 + \sqrt{5}$

③ $3 - \sqrt{5}$

④ $5 + \sqrt{3}$

⑤ 3

해설

$$x - 5 = \pm \sqrt{a}$$

$$\therefore x = 5 \pm \sqrt{a}$$

$a = 3$ 이므로 다른 한 근은 $5 + \sqrt{3}$ 이다.

15. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= \text{㉠} \\x^2 + 6x + \text{㉡} &= \text{㉠} + \text{㉡} \\(x + \text{㉢}) &= \text{㉣} \\x + \text{㉢} &= \pm \sqrt{\text{㉤}} \\\therefore x &= \text{㉥}\end{aligned}$$

- ① ㉠ : -3 ② ㉡ : 9 ③ ㉢ : 3
④ ㉣ : 6 ⑤ ㉤ : $\pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= -3 \\ \text{좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면} \\x^2 + 6x + 9 &= -3 + 9 \\(x + 3)^2 &= 6 \\x + 3 &= \pm \sqrt{6} \\\therefore x &= -3 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 ㉤의 연결이 옳지 않다.

16. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=7$

▷ 정답: $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면
 $A(A-3)-28=0$
 $A^2-3A-28=0$
 $(A-7)(A+4)=0$
 $\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

17. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

- ① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$
④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

18. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 k 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 7개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$\therefore$ 5개

19. 1부터 n 까지의 자연수만의 합은 다음과 같다. 이때, 합이 78이 되려면 1부터 n 까지의 수를 더해야 한다고 할 때, n 을 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 78 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 156 = 0$$

$$(n-12)(n+13) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 12$ 이다.

20. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

21. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a-3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a-1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

22. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

- ① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$$p^2 - 6p = 3$$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

23. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.
- ② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

24. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

25. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b = 0$ 이면 근이 없다.
- ② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.
- ③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ④ $a < 0$ 이면 근이 없다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

27. 어떤 자연수에 2를 더하여 제공한 수는 이 수를 제공하여 3배한 것보다 2보다 작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+2)^2 = 3x^2 - 2$$

$$x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.