

1. 일차함수 $y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0

② 3

③ 6

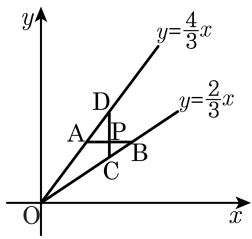
④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가
 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
 45° 이므로
 $a - 2 = \tan 45^\circ = 1$ 에서 $a = 3$
또, y 절편이 5 이므로
 $b + 2 = 5$ 에서 $b = 3$
 $\therefore a + b = 6$

2. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A,B,C,D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{9}{8}$
 ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

3. 세 점 A (2, 1), B ($-k+1$, 3), C (1, $k+2$)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2, 1) , B($-k+1$, 3) , C(1, $k+2$) 가 같은 직선 위에

있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

4. 직선 $ax + by + c = 0$ 은 $ab > 0$, $bc < 0$ 일 때, 몇 사분면을 지나지 않는가?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
⑤ 제 1 사분면, 제 2 사분면

해설

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서
 $-\frac{a}{b} < 0$ ($\because ab > 0$)
 $-\frac{c}{b} > 0$ ($\because bc < 0$)이므로
제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면을 지난다.

5. 두 직선 $kx + 2y + 3 = 0$, $2x + ky + 4 = 0$ 이 서로 평행하도록 양수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하려면 기울기는 같고
y절편은 달라야 한다.

$$\frac{k}{2} = \frac{2}{k} \neq \frac{3}{4} \quad \therefore k^2 = 4$$

따라서 양수 k 의 값은 2이다.

6. 점 P(1, 2) 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

(PH 의 길이)
= (점 P(1, 2) 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

7. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

8. 원점에서의 거리가 1 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 (1, 2)를 지나는 직선은
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
여기서 (0, 0)에 이르는 거리가 1 이므로
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$
양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$
 $3x - 4y + 5 = 0$
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

9. A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0) 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

A(0, -2)로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

10. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)
- ① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$(2 - 3i)z = (2 - 3i)(a + bi)$$
$$= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \text{㉠}$$

㉠이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

11. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,
 $(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$
 $= 2[(x-5)^2 + (y-3)^2]$
 $2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$
 $= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$
 $18x + 18y - 54 = 0$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$
 $\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$

12. x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이고, 점 $(-1, 2)$ 를 지나는 직선이 점 $(a, 7)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

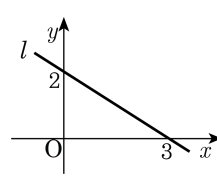
x 축 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 인 직선의 기울기는 1 이다.

$(-1, 2)$ 를 지나므로, 직선의 방정식은

$$y = (x + 1) + 2 = x + 3$$

$(a, 7)$ 을 대입하면, $7 = a + 3$, $a = 4$

13. 직선 l 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음
중이 직선 위의 점은?



- ① (0, 3) ② (2, 0)
③ (2, 1) ④ (6, -2)
⑤ (6, -1)

해설

주어진 직선 l 의 기울기는 $-\frac{2}{3}$, y 절편이 2이므로

직선 l 의 방정식은 $y = -\frac{2}{3}x + 2 \cdots \text{㉠}$

따라서, ㉠을 만족하는 점은 (6, -2)이다.

14. 두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선이 x 축, y 축과 각각 점 A, B 에서 만날 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단 O 는 원점)

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

해설

두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y - 4 = \frac{4 - 2}{3 - (-1)}(x - 3)$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, x = -5$$

따라서 x 축과 만나는 점 A 의 좌표는 $A(-5, 0)$

㉠의 y 절편이 $\frac{5}{2}$ 이므로

y 축과 만나는 점 B 의 좌표는 $B(0, \frac{5}{2})$,

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

15. 점 $(2, 4)$ 를 지나며 기울기가 음인 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 16 이다. 이 직선의 x 절편을 a , y 절편을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

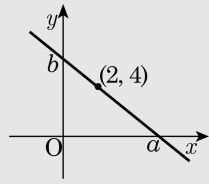
해설

구하는 직선의 방정식을 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지나

므로

$$\frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 1$$

$$\therefore 4a + 2b = ab \cdots \textcircled{㉠}$$

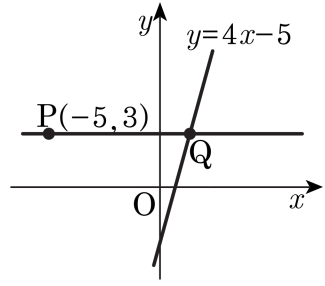


$\triangle ABC$ 의 넓이가 16 이므로

$$\frac{1}{2}ab = 16 \therefore ab = 32 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \textcircled{㉡} \text{에서 } a = 4, b = 8, a + b = 12$$

16. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q 의 y 좌표가 3이므로

$$y = 4x - 5 \text{에 } y = 3 \text{을 대입하면 } 3 = 4x - 5$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 점 Q 의 좌표는 $(2, 3)$ 이다.

$$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$$

17. $ab < 0$, $bc < 0$ 일 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제1 사분면 ② 제2, 3 사분면 ③ 제4 사분면
④ 제3 사분면 ⑤ 제3, 4 사분면

해설

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$ab < 0$, $bc < 0$ 이므로 기울기는 양수, y 절편은 양수이다.

$\therefore$ 제4분면은 지나지 않는다.

18. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
 $px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{㉠}$,
 $p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 이라 하자.
 $\textcircled{㉠}$ 과 $\textcircled{㉡}$ 은 서로 직교하므로
 $pp' + qq' = 0$ 이다.
(준식) $= (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0$ 의
전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은
 $pp' + qq' = 0$ 이므로 $a + 2 = pp' + qq' = 0$
 $\therefore a = -2$
 $a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
 $= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 이 두 직선의 곱을 나타내므로
 $\textcircled{㉢}$ 의 판별식 $D_1 = (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b)$
 $= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{㉣}$ 이 완전제곱식이다.
따라서 $\textcircled{㉣}$ 의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.
 $\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$

19. 두 직선 $x-y+3=0$, $2x-y=0$ 의 교점을 지나고 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $3x-y-3=0$ ② $3x+y+3=0$ ③ $3x-y+3=0$
④ $x+3y+3=0$ ⑤ $3x+y-3=0$

해설

두 직선의 교점을 연립방정식을 풀어 계산하면
교점은 $(3, 6)$, $(1, 0)$ 을 지나므로 직선의 방정식은

$$y = \frac{6-0}{3-1}(x-1)$$

$$\therefore y = 3x - 3$$

20. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $3x + 2y - 3 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x - 3y + 1 = 0$ 에 평행한 직선은?

- ① $y = 3x - \frac{12}{7}$ ② $y = 3x + \frac{12}{7}$ ③ $y = 3x + \frac{1}{21}$
④ $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{21}$ ⑤ $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{21}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 3x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \text{을 연립하면}$$

$$(x, y) = \left(\frac{5}{7}, \frac{3}{7} \right)$$

$2x - 3y + 1 = 0$ 과 평행한 임의의 직선은

$2x - 3y + c = 0$ 이고

$\left(\frac{5}{7}, \frac{3}{7} \right)$ 를 대입하면

$$\therefore c = -\frac{1}{7}$$

$$2x - 3y - \frac{1}{7} = 0$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{21}$$

21. 점 P(1,2) 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 점 H 의 좌표는?

① $\left(\frac{3}{5}, \frac{9}{5}\right)$

② (2,1)

③ $\left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right)$

④ (1,2)

⑤ (2,2)

해설

H = (a, b) 라 하면, $\overline{PH}$ 는 $y = -2x + 3$ 에 수직하고 H 는 직선 위에 있다.

i) $\frac{b-2}{a-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a - 2b = -3$

ii) $b = -2a + 3$

i), ii) 를 연립하면, $a = \frac{3}{5}$ $b = \frac{9}{5}$

$\therefore \left(\frac{3}{5}, \frac{9}{5}\right)$

22. 두 직선 $3x - 2y + 1 = 0$, $3x - 2y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$
④ $\frac{6\sqrt{13}}{5}$

② $\frac{3\sqrt{13}}{13}$
⑤ $\frac{7\sqrt{13}}{5}$

③ $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 구하면 된다.

ex) $3x - 2y + 1 = 0$ 의 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{|-2 \times \frac{1}{2} - 4|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{13}}{13}$$

23. 서로 평행한 두 직선 $3x - y + 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

서로 평행한 두 직선

$3x - y + 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는

직선 $3x - y + 5 = 0$ 위의 점 $(0, 5)$ 와

직선 $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

구하는 거리는

$$\frac{|0 - 5 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

24. 직선 $3x - y - 3 = 0$ 위의 점 중에서 직선 $12x + 5y + 14 = 0$ 과의 거리가 2 인 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은? (단 $a > 0$)

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

점 (a, b) 가 직선 $3x - y - 3 = 0$ 위에 있으므로
 $3a - b - 3 = 0 \quad \therefore b = 3a - 3$
점 $(a, 3a - 3)$ 과 직선 $12x + 5y + 14 = 0$ 사이의
거리가 2 이므로 $\frac{|12a + 5(3a - 3) + 14|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$,
 $\frac{|27a - 1|}{13} = 2$, $|27a - 1| = 26, 27a - 1 = \pm 26$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = -\frac{25}{27}$
 $a > 0$ 이므로 $a = 1, b = 0$,
 $\therefore a + b = 1$

25. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y = x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = \frac{1}{4}x$

⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

P(x, y) 라 하면,

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로 $|2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$

$\therefore 2x - y - 1 = \pm(x + 2y - 1)$

즉, $x - 3y = 0$, $3x + y - 2 = 0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$\therefore y = \frac{1}{3}x$

26. 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = -x + 2$ 위를 움직일 때 점 $Q(a - b, a + b)$ 의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x = 1$
- ② $y = 2$
- ③ $x + y = 2$
- ④ $x - y = -4$
- ⑤ $x + y = 0$

해설

$P(a, b)$ 가 $y = -x + 2$ 위의 점이므로
 $b = -a + 2 \cdots \text{㉠}$
 $Q(a - b, a + b) = (x, y)$ 라 하면,
 $a - b = x, a + b = y$
 $\therefore a = \frac{x + y}{2}, b = \frac{y - x}{2}$
 ㉠ 에 대입하면 $\frac{y - x}{2} = -\frac{x + y}{2} + 2$
 $\therefore y - x = -(x + y) + 4$
 $\therefore y = 2$

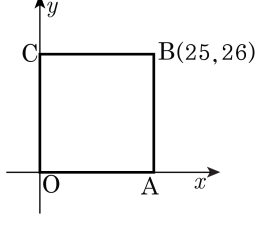
27. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로
 $\frac{b-2}{a-3}=2, b-2=2(a-3), b=2a-4\cdots㉠$
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은
 $\left(\frac{2a+1\cdot3}{2+1}, \frac{2b+1\cdot2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,
이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로
 $\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$
 $\therefore a+2b-1=0\cdots㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=\frac{9}{5}, b=-\frac{2}{5}$ 이다.
 $\therefore 3a+b=5$

28. 좌표평면 위에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다.
직선 $y = \frac{3}{8}x + 1$ 은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부 (경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$y = \frac{3}{8}x + 1$ 에서 x 가 8의 배수이면 y 도 정수가 된다.

$0 < x < 25$, $0 < y < 26$ 에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

(8, 4), (16, 7), (24, 10)으로 모두 3개의 격자점을 지난다.

29. 좌표평면 위의 세 점 $A(1, 4)$, $B(-4, -1)$, $C(1, 0)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $y = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $4 - \sqrt{5}$

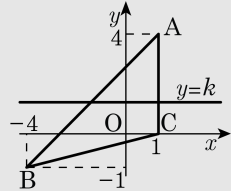
② $4 - \sqrt{6}$

③ $4 - \sqrt{7}$

④ $4 - 2\sqrt{2}$

⑤ $4 - \sqrt{10}$

해설



$$\triangle ABC \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$$

$$\overline{AB} \text{의 방정식을 구하면, } y = \frac{-1-4}{-4-1}(x-1) + 4$$

$$\Rightarrow y = x + 3$$

$$\therefore y = k \text{와 삼각형이 만나는 점의 좌표는 } (k-3, k), (1, k)$$

$\Rightarrow$ 이등분된 위쪽 삼각형 넓이를 구해보면

$$\frac{1}{2} \times (1 - (k-3)) \times (4-k) = 5$$

$$\text{방정식을 풀면, } k = 4 \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore k = 4 - \sqrt{10} \text{ (} \because k < 4 \text{)}$$

30. 두 직선 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이고, 직선 $x = 2$ 와 만나는 두 점을 P, Q라 할 때, P, Q의 중점이 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ 이다. 이때, $|a - b|$ 의 값은?
(단, $a > 0, b < 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 4

해설

$P(2, 2a), Q(2, 2b)$
 $\therefore$ P, Q의 중점 : $\left(\frac{2+2}{2}, \frac{2a+2b}{2}\right) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$
 $\Rightarrow a + b = \frac{3}{2} \cdots \textcircled{㉠}$
 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이므로
 $a \times b = -1 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\therefore (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$ 이므로
 $(a - b)^2 = \frac{9}{4} + 4$
 $\Rightarrow a - b = \frac{5}{2} \quad (\because a > 0, b < 0)$

31. 세 직선 $2x+y+1=0$, $x-y+2=0$, $ax-y=0$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

삼각형을 만들지 못하게 하려면

$ax-y=0$ 이 나머지 두직선과 평행하거나, 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

i) $ax-y=0$ 이 다른 두 직선과 평행할 때

두 직선의 기울기가 각각 $-2, 1$ 이므로

$a = -2$ 또는 $1 \quad \therefore a = 1 (\because a > 0)$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때

$2x+y+1=0$ 와 $x-y+2=0$ 의 교점은 $(-1, 1)$

$ax-y=0$ 이 이 점을 지나려면

$a = -1$ (부적당)

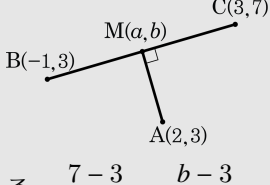
i), ii) 에서 $a = 1$

32. 점 A(2, 3)에서 두 점 B(-1, 3), C(3, 7) 을 이은 선분 BC 에 내린 수선의 발을 M(a, b) 라 할 때, 4ab 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$\overline{BC} \perp \overline{AM}$ 이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.



$\therefore, \frac{7-3}{3-(-1)} \times \frac{b-3}{a-2} = -1$

$b-3 = -(a-2), \quad \therefore a+b=5 \cdots \textcircled{㉠}$

한편, 직선 BC 의 방정식은

$$y-3 = \frac{7-3}{3-(-1)}(x+1)$$

$\therefore y = x+4$

이 때, 점 M 이 $\overline{BC}$ 위의 점이므로

$$b = a+4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{9}{2}$

$\therefore 4ab = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = 9$

33. 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = kx + 2k + 1$ 이 제 1 사분면에서 만날 때,

k 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{6} < k < \frac{1}{2}$
- ② $-\frac{3}{2} < k < \frac{1}{2}$
- ③ $-\frac{1}{6} < k < 2$
- ④ $-\frac{1}{6} < k < 1$
- ⑤ $-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \cdots \textcircled{A}$$

$$y = kx + 2k + 1 \cdots \textcircled{B}$$

② 을 k 에 대하여 정리하면

$$k(x + 2) + (1 - y) = 0 \text{ 이므로}$$

k 의 값에 관계없이 정점 $C(-2, 1)$ 을 지난다.

①, ②이 제1 사분면에서 만날 조건은

그림에서 직선 AC, BC 사이를 직선 ②이 지나야 한다.

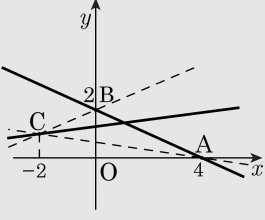
$\overline{AC}$ 의 기울기는 $-\frac{1}{6}$,

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{1}{2}$

따라서 기울기 k 는 $-\frac{1}{6}$ 보다 커야하고

$\frac{1}{2}$ 보다 작아야 제 1 사분면에서 만난다.

$$\therefore -\frac{1}{6} < k < \frac{1}{2}$$



34. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$ 는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① $P(-4, 6)$

② $P(-4, -6)$

③ $P(2, 3)$

④ $P(3, 2)$

⑤ $P(-2, -4)$

해설

점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$

위에 있으므로 $b = 2a - 3$

따라서 $y = ax + 2b$ 에서

$y = ax + 2(2a - 3)$ 이므로

a 에 대하여 정리하면

$$a(x + 4) - (6 + y) = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a 에 대한
항등식이다.

$$\therefore x + 4 = 0, 6 + y = 0$$

$$\therefore P(-4, -6)$$

35. 원점에서 직선 $(a-1)x + (a+3)y - 4 = 0$ 에 이르는 거리를 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$f(a) = \frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2 + (a+3)^2}}$$
$$= \frac{4}{\sqrt{2a^2 + 4a + 10}}$$

이 때, $f(a)$ 의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

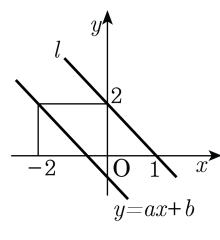
$$2a^2 + 4a + 10 = 2(a^2 + 2a) + 10 = 2(a+1)^2 + 8$$

즉, 분모의 최솟값은 $\sqrt{8}$ 이므로

$$f(a) \text{ 의 최댓값은 } \therefore \frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$$

36. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은 ?

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0



해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
 구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.
 $y - 2 = -2(x + 2), y = -2x - 2$
 $y = -2x - 2, a = -2, b = -2$ 이므로,
 $\therefore a + b = -4$

37. 기울기가 2 이고 점 (2, 1) 을 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이는?

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ 6

해설

기울기가 2 이고 점 (2, 1) 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 1 = 2(x - 2), \therefore y = 2x - 3 \cdots \textcircled{1}$$

①에 $y = 0$ 을 대입하면

$$0 = 2x - 3, \therefore x = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

x 축과 만나는 점 A 의 좌표는

$$A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

①의 y 절편이 -3 이므로 y 축과

만나는 점 B 는 B(0, -3)

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\left(0 - \frac{3}{2}\right)^2 + (-3 - 0)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

38. 점 $(0, 2)$ 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각이 30° 인 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = x + 3$ ⑤ $y = x + 4$

해설

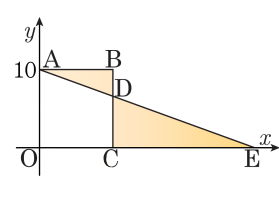
기울기 $m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

점 $(0, 2)$ 를 지나므로,

$$y - 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0)$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$$

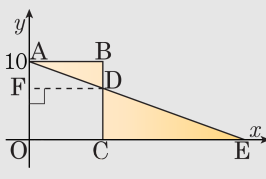
39. 다음 그림과 같은 정사각형 OABC 가 있다. 변 BC 위의 B,C 가 아닌 한 점 D 를 지나는 직선 AD 를 그을 때, 색칠된 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC 의 넓이와 같다면 직선 AD 의 기울기는?



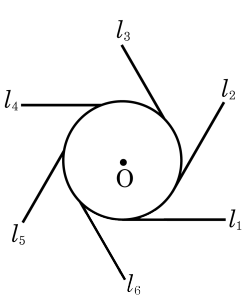
- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서
 y 축에 내린 수선의 발을 F 라 하면
 $\triangle ADB = \triangle AFD$ 이므로
 $\square OCDF = \triangle DCE$
 즉, $\overline{OC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{CE} \cdot \overline{CD}$
 $\therefore \overline{CE} = 2\overline{OC}$
 $E(30, 0)$ 이므로 직선 AD 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$



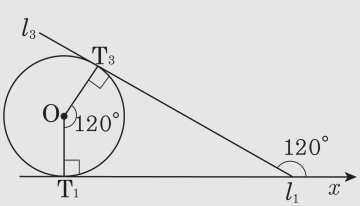
40. 수차 제작을 위해 그림과 같은 설계를 그리고 있다. $l_1, l_2, \dots, l_6$ 는 원주를 6 등분하는 점에서 원의 접선 방향으로 붙인 날개의 단면이다. l_1 의 기울기가 0 일 때, l_3 의 기울기는?



- ① -3 ② $-\sqrt{3}$ ③ -1
 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

문제의 조건에서 l_1 의 기울기가 0 이므로
 다음 그림과 같이 l_1 을 x 축으로 놓으면,
 l_3 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 120° 이다.
 따라서 구하는 기울기 m 은
 $m = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$



41. 두 점 A(2, 1), B(4, -3) 를 지나는 직선에 수직이고 y 절편이 2 인 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = ax + b$ 는 두 점 A(2, 1), B(4, -3) 를 지나는 직선에 수직이므로,

$$\frac{1 - (-3)}{2 - 4} \cdot a = -1 \text{ 이고, } -2a = -1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

또, y 절편이 2 이므로 $b = 2$ 이고,

$$\text{따라서 } a + b = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

42. 두 점 $(3, 2), (-1, 10)$ 을 지나는 직선에 수직이고 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ㉠ $x - 2y + 4 = 0$ ㉡ $2x + y - 4 = 0$ ㉢ $x + 2y - 4 = 0$
㉣ $2x - y + 4 = 0$ ㉤ $x - y - 4 = 0$

해설

$(3, 2), (-1, 10)$ 을 지나는 직선의 방정식

$$\Rightarrow y = \frac{10-2}{-1-3}(x+1)+10$$

$$\Rightarrow y = -2x + 8$$

이 직선의 수직한 직선의 기울기 : $\frac{1}{2}$

$(2, 3)$ 을 지나므로 $y = \frac{1}{2}(x-2) + 3$

$$x - 2y + 4 = 0$$

43. 두 점 A(2, 5), B(-2, 9)를 지나는 직선에 수직이고, 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 8$

② $y = x + 9$

③ $y = x + 10$

④ $y = -x + 7$

⑤ $y = -x + 8$

해설

직선 AB의 기울기는 $\frac{9-5}{-2-2} = -1$

따라서 직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 1

또한 선분 AB로 내분하는 점의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{3 \cdot (-2) + 1 \cdot 2}{3 + 1} = -1$$

$$b = \frac{3 \cdot 9 + 1 \cdot 5}{3 + 1} = 8$$

따라서 직선의 방정식은 $y - 8 = 1 \cdot (x + 1)$

$$\therefore y = x + 9$$

44. 직선 $l_1 : y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 $l_2 : y = \frac{2}{b}x - \frac{1}{b}$ 과 수직이고 직선 $l_3 : y = -\frac{1}{b+1}x + \frac{1}{b+1}$ 과 평행하도록 하는 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 17

해설

두 직선 l_1 과 l_2 가 수직이므로 $-\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} = -1$

$\therefore ab = 2$

두 직선 l_1 과 l_3 가 평행하므로

$-\frac{1}{a} = -\frac{1}{b+1} \quad \therefore a - b = 1$

$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 1 + 2 \cdot 2 = 5$

45. 직선 $y = -ax + 2$ 가 직선 $y = bx + 3$ 과 수직이고, 직선 $y = (b+3)x - 1$ 과는 평행하다. 이 때, $a + b + ab$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

수직조건에서 $ab = 1$ 이고,
평행조건에서 $a + b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b + ab = -2$

46. 두 점 A(1, 1) 과 B(4, 2) 에서 직선 $2x - y + 1 = 0$ 까지의 거리를 각각 d_1, d_2 라 할 때, $|d_1 - d_2|$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$$d_1 = \frac{|2 \times 1 - 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$d_2 = \frac{|2 \times 4 - 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{따라서 } |d_1 - d_2| = \left| \frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{7\sqrt{5}}{5} \right| = \sqrt{5}$$

47. 세 점 A(1, 2), B(-2, 3), C(3, -1) 에서 직선 $l : 3x + 4y - 1 = 0$ 까지의 거리를 각각 d_1, d_2, d_3 라 할 때, d_1, d_2, d_3 의 크기를 바르게 비교한 것은?

- ① $d_1 < d_2 < d_3$ ② $d_1 < d_3 < d_2$ ③ $d_2 < d_3 < d_1$
 ④ $d_3 < d_2 < d_1$ ⑤ $d_3 < d_1 < d_2$

해설

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{|3 \times 1 + 4 \times 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|3 + 8 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \\ d_2 &= \frac{|3 \times (-2) + 4 \times 3 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|-6 + 12 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1 \\ d_3 &= \frac{|3 \times 3 + 4 \times (-1) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|9 - 4 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{4}{5} \text{ 에서} \end{aligned}$$

따라서 $d_3 < d_2 < d_1$

48. x 축 위의 점 $(a, 0)$ 에서 직선 $y = 2x$ 까지의 거리가 2 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

해설

점 $(a, 0)$ 에서 직선 $y = 2x$, 즉 $2x - y = 0$ 까지의 거리가 2

이므로 $\frac{|2 \times a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2$ 이다.

$2a = 2\sqrt{5}$ ($\because a$ 는 양수) $\therefore a = \sqrt{5}$

49. 두 직선 $3x - 4y + 1 = 0, 3x - 4y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x - 4y + 1 = 0$ 의 $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\therefore \frac{\left|3 \times 0 + (-4) \times \frac{1}{4} - 4\right|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

50. 두 직선 $2x - 3y + 3 = 0$, $2x - 3y - 10 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$

② 1

③ $\sqrt{13}$

④ 13

⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서 다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.

$2x - 3y + 3 = 0$ 위의 임의의 한 점 $(0, 1)$ 에서

직선 $2x - 3y - 10 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|-3 - 10|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$