

1. 다음 중 닮음이 아닌 것은?

- ① 한 밑각의 크기가 같은 두 이등변삼각형
- ② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
- ③ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형
- ④ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형
- ⑤ 반지름의 길이가 다른 두 구

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 닮음비가 $5 : 3$ 일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이가 12cm 라고 한다. 이 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

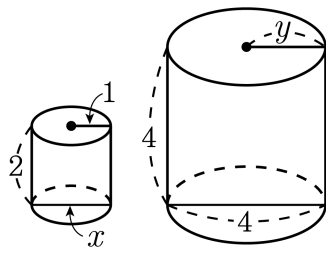
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 닮음비가 $5 : 3$ 이므로
 $5 : 3 = x : 12$
따라서 $x = 20$ 이다.

3. 다음 그림의 두 원기둥은 서로 닮은 도형이다. $x+y$ 의 값을 구하시오.



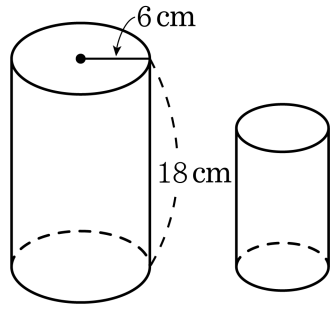
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

닮음비가 1 : 2 이므로 $x = 2$, $y = 2$ 이다. 따라서 $x + y = 4$ 이다.

4. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이는?



- ① $56\pi\text{ cm}^2$
- ② $78\pi\text{ cm}^2$
- ③ $96\pi\text{ cm}^2$
- ④ $108\pi\text{ cm}^2$
- ⑤ $126\pi\text{ cm}^2$

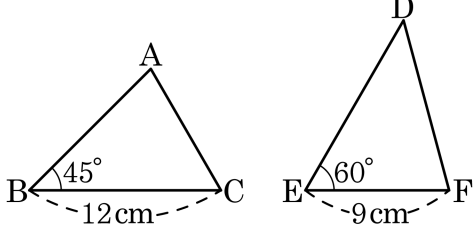
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 6 \times \frac{2}{3} = 4(\text{cm})$, $h = 18 \times \frac{2}{3} = 12(\text{cm})$

(옆면의 넓이) $= 2\pi rh = 96\pi(\text{cm}^2)$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮은 도형이 되려면 다음 중 어느 조건을 만족해야 되는가?



- ① $\angle A = 75^\circ$, $\angle D = 45^\circ$
 ② $\angle C = 80^\circ$, $\angle F = 55^\circ$
 ③ $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{DE} = 6\text{ cm}$
 ④ $\overline{AC} = 4\text{ cm}$, $\overline{DF} = 3\text{ cm}$
 ⑤ $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{DF} = 12\text{ cm}$

해설

① $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 75^\circ$ 이면, $\angle C = 60^\circ$
 $\angle E = 60^\circ$, $\angle D = 45^\circ$ 이면, $\angle F = 75^\circ \therefore \triangle ABC \sim \triangle FDE$ (AA답음)
 ② $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ 이면, $\angle A = 55^\circ$
 $\angle E = 60^\circ$, $\angle F = 55^\circ$ 이면, $\angle D = 65^\circ$
 따라서 대응하는 각의 크기가 같지 않으므로, 답음이 아니다.
 ③, ④, ⑤ : 길이의 비가 일정치 않으므로, 답음이 아니다.

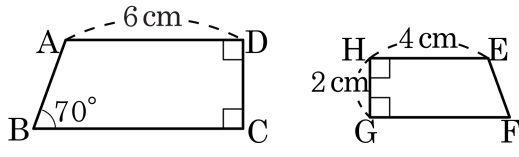
6. 다음 도형 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 고르면?

- ① 두 원기둥
- ② 두 원뿔
- ③ 두 구
- ④ 두 사각기둥
- ⑤ 두 정육면체

해설

두 구와 두 정육면체는 항상 닮음이다.

7. 다음 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, $\angle E$ 의 크기와 $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 구하여라.



- ① $\angle E = 60^\circ, \overline{CD} = 4 \text{ cm}$ ② $\angle E = 60^\circ, \overline{CD} = 6 \text{ cm}$
 ③ $\angle E = 80^\circ, \overline{CD} = 6 \text{ cm}$ ④ $\angle E = 100^\circ, \overline{CD} = 8 \text{ cm}$
 ⑤ $\angle E = 110^\circ, \overline{CD} = 3 \text{ cm}$

해설

$\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 닮음비는 $\overline{AD} : \overline{EH} = 6 : 4 = 3 : 2$ 이다.

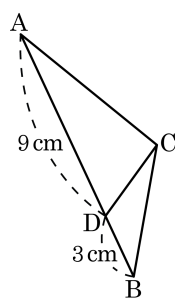
닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle E$ 의 크기는 대응각 $\angle A$ 와 같다.

따라서 $\angle E$ 의 크기는 $360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 70^\circ) = 110^\circ$ 이다.

닮음비가 $3 : 2$ 이므로 $3 : 2 = \overline{CD} : \overline{GH} = \overline{CD} : 2, 2 \times \overline{CD} = 6, \overline{CD} = 3 \text{ cm}$ 이다.

8. 그림 속 두 삼각형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 가 닮은 도형일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

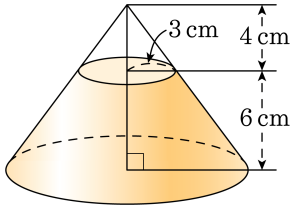
- ① 6 cm ② 5 cm ③ 4 cm
④ 3 cm ⑤ 2 cm



해설

$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle CBD \\ \overline{AB} : \overline{CB} &= \overline{BC} : \overline{BD} \\ 12 : \overline{BC} &= \overline{BC} : 3 \\ \overline{BC}^2 &= 36 \\ \therefore \overline{BC} &= 6 \text{ cm } (\because \overline{BC} > 0) \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면이 반지름의 길이가 3 cm 인 원일 때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

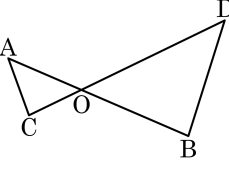
처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생긴 작은 원뿔의 닮음비는 원뿔에서 높이의 비와 같으므로
 $(4 + 6) : 4 = 10 : 4 = 5 : 2$

따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm 라 하면

$$r : 3 = 5 : 2$$

$$\therefore r = \frac{15}{2}$$

10. 다음 그림에서 $2\overline{AO} = \overline{DO}, 2\overline{CO} = \overline{BO}$ 일 때, $\angle A = \angle D$ 임을 다음과 같이 증명하였다. 안에 알맞지 않은 것은?



증명

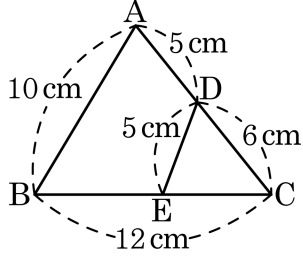
$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
 $\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{CO} : \overline{BO} = \text{①} : \text{②}$
 $\angle AOC = \text{③}$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로
 $\triangle AOC$ ④ $\triangle DOB$ (⑤ 답음)
 따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.

- ① 1
- ② 2
- ③ $\angle DOB$
- ④ $\simeq$
- ⑤ SSS

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
 $\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{AO} : 2\overline{AO} = 1 : 2,$
 $\overline{CO} : \overline{BO} = \overline{CO} : 2\overline{CO} = 1 : 2$
 $\angle AOC = \angle DOB$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle AOC \simeq \triangle DOB$ (SAS 답음)
 $\therefore \angle A = \angle D$

11. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CDE$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



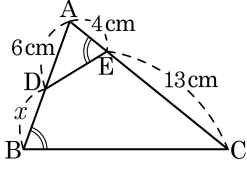
- ① 5cm ② 5.5cm ③ 6cm
④ 6.5cm ⑤ 7cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 10 : 5 = 2 : 1$
 $\overline{BC} : \overline{DC} = 12 : 6 = 2 : 1$
 $\angle B = \angle D$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 닮음)
 $\overline{AC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로
 $11 : \overline{CE} = 2 : 1$
 $\therefore \overline{CE} = 5.5(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle AED$ 일 때, 닮은 삼각형을 기호로 나타내고 x 의 길이는?

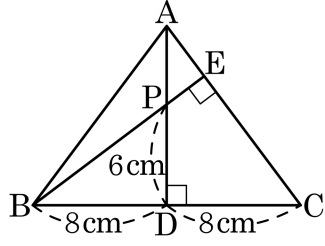
- ① 2cm ② $\frac{5}{2}$ cm ③ 3cm
- ④ $\frac{7}{2}$ cm ⑤ $\frac{16}{3}$ cm



해설

$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$,
 $(x + 6) : 4 = 17 : 6$
 $6x + 36 = 68, 6x = 32$
 $x = \frac{16}{3}$ (cm)

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} \perp \overline{BE}$ 이고, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 P 라고 한다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 8\text{cm}$, $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?

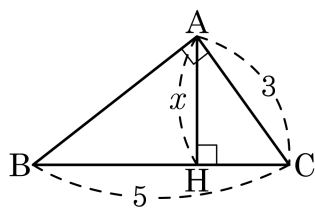


- ① 2cm ② 1.5cm ③ 2.5cm
 ④ $\frac{14}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{17}{3}\text{cm}$

해설

$\triangle BDP$ 와 $\triangle ADC$ 에서 $\angle PBD = \angle CAD$
 $\angle PDB = \angle CDA = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle BDP \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)
 $\overline{BD} : \overline{PD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이므로 $8 : 6 = \overline{AD} : 8$
 $\overline{AD} = \frac{32}{3}$
 $\therefore \overline{AP} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3} \text{ (cm)}$

14. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?



- ① $\frac{9}{5}$ ② 2 ③ $\frac{11}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{13}{5}$

해설

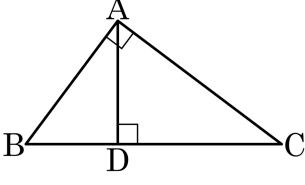
$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{BC} \text{ 이므로 } 3^2 = \overline{CH} \times 5$$

$$\overline{CH} = \frac{9}{5}$$

$$x^2 = \frac{9}{5} \times \left(5 - \frac{9}{5}\right)$$

$$\therefore x = \frac{12}{5}$$

15. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle A = \angle ADC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{BD} = 9$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

$\triangle BAD \sim \triangle BCA$ 이므로 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$\therefore \overline{BA}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BD}$

$\overline{DC} = x$ 라 하면 $15^2 = (9 + x) \cdot 9$

$\therefore x = 16$

$\triangle ADB \sim \triangle CDA$ 이므로

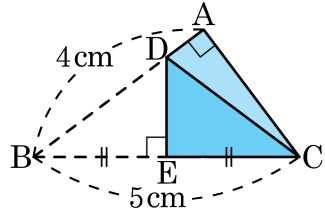
$\overline{AD} : \overline{CD} = \overline{DB} : \overline{DA}$

$\overline{AD} : 16 = 9 : \overline{DA}$

$\overline{DA}^2 = 144 \therefore \overline{DA} = 12$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $25 \times 12 \times \frac{1}{2} = 150$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C가 일치하게 접었을 때, AD의 값은?



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BED = \angle BAC$ 이므로

$\triangle BED \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)

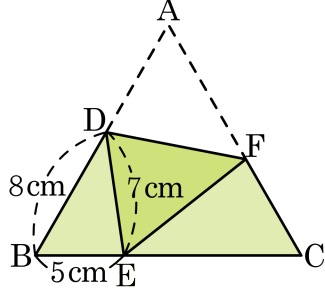
$$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC} \text{ 이므로 } \frac{5}{2} : 4 = \overline{BD} : 5$$

$$4\overline{BD} = \frac{25}{2}$$

$$\overline{BD} = \frac{25}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{25}{8}$$

$$\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 4 - \frac{25}{8} = \frac{32 - 25}{8} = \frac{7}{8}$$

17. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A가 변 BC 위의 점 E에 오도록 접었다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{DE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{35}{4}$ cm

해설

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle DEF = 60^\circ$$

$$\angle BDE = \angle CEF$$

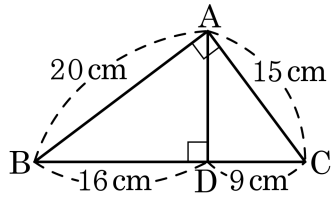
$$\triangle BDE \sim \triangle CEF \text{ (AA 닮음)}$$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이고, $\overline{AD} = \overline{DE} = 7(\text{cm})$ 이므로 한 변의 길이는 15cm 이다.

$$\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{DE} : \overline{EF}, 4 : 5 = 7 : \overline{EF}$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{AF} = \frac{35}{4}(\text{cm})$$

18. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



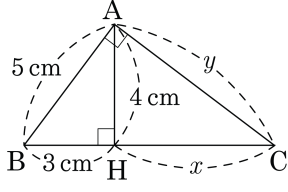
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 5$
 $\angle ABD = \angle CBA$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBA$ (SAS 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$
 $4 : 5 = \overline{AD} : 15$
 $5\overline{AD} = 60$, $\overline{AD} = 12(\text{cm})$

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $AH \perp BC$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$ cm

해설

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$5^2 = 3 \times (3 + x)$$

$$x + 3 = \frac{25}{3}$$

$$\therefore x = \frac{16}{3} (\text{cm})$$

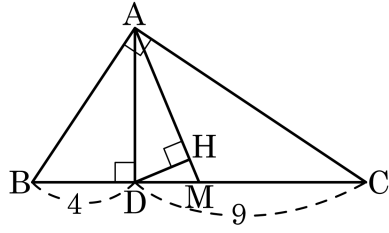
$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB} \text{ 이므로}$$

$$y^2 = x \times (x + 3) = \frac{16}{3} \times \frac{25}{3} = \frac{400}{9}$$

$$\therefore y = \frac{20}{3} (\text{cm})$$

$$\therefore y - x = \frac{4}{3} (\text{cm})$$

20. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{30}{13}$

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 9 \times 4 = 36$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 6$ 이다.
점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{13}{2}$, $\overline{MD} = \frac{5}{2}$ 이다.
 $\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 6 = \frac{15}{2}$ 이다.
따라서 $\frac{15}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times \overline{DH}$, $\therefore \overline{DH} = \frac{30}{13}$