

1. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

3. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4개인 가장 작은 자연수는

$6 = 2 \times 3$ 이다.

4. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고

주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$$

$$2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$$

$$144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면

모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.

주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면

모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.

주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면

모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.

주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면

모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.

따라서 $a=3$, $b=2$, $c=1$, $d=1$ 이므로

$$(a+b+c) \times d = (3+2+1) \times 1 = 6 \text{ 이다.}$$

5. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면

$\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의

공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

6. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.
이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로
가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.
따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

7. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\ll a, b \gg$ 를 a, b 중 절댓값이 큰 수라고 정의할 때,
 $\ll -\frac{13}{4}, \ll 4.8, -\frac{11}{5} \gg \gg$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4.8

해설

$|4.8| = 4.8$, $\left| -\frac{11}{5} \right| = \frac{11}{5} = 2.2$ 이므로 $\ll 4.8, -\frac{11}{5} \gg = 4.8$ 이다.

$\ll -\frac{13}{4}, \ll 4.8, -\frac{11}{5} \gg \gg = \ll -\frac{13}{4}, 4.8 \gg$ 이고 $\left| -\frac{13}{4} \right| = \frac{13}{4} = 3.25$ 이므로 $\ll -\frac{13}{4}, 4.8 \gg = 4.8$ 이다.

8. 다음의 수 중에서 수직선에 나타냈을 때 가장 왼쪽에서 3 번째 수는?

$0.3, \frac{1}{3}, -0.9, \frac{17}{20}, -\frac{7}{17}$

- ①

0.3
- ②

$\frac{1}{3}$
- ③

-0.9
- ④

$\frac{17}{20}$
- ⑤

$-\frac{7}{17}$

해설

$-0.9 < -\frac{7}{17} < 0.3 < \frac{1}{3} < \frac{17}{20}$

9. 네 유리수 $\frac{1}{3}$, $-\frac{4}{5}$, $\frac{3}{2}$, -6 중에서 서로 다른 두 수를 뽑아 곱한 수 중에서 가장 큰 수를 y , 가장 작은 수를 x 라 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{69}{5}$

해설

$$\text{가장 큰 수는 } \left(-\frac{4}{5}\right) \times (-6) = \frac{24}{5}$$

$$\text{가장 작은 수는 } (-6) \times \frac{3}{2} = -9$$

$$y - x = \frac{24}{5} - (-9) = \frac{69}{5}$$

10. 두 정수 a, b 의 대소 관계가 다음과 같을 때, $a, b, a-b, b-a$ 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것은?

$a \times b < 0 \quad a > b$

- ① $a-b < b < a < b-a$
- ② $a-b < a < b < b-a$
- ③ $b-a < b < a < a-b$
- ④ $b-a < a < b < a-b$
- ⑤ $a < b < a-b < b-a$

해설

$a \times b < 0$ 이므로 a 와 b 는 서로 다른 부호이다. 그런데 $a > b$ 이므로 a 는 양수, b 는 음수이다.

$\therefore a > 0, b < 0$

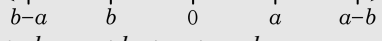
$a-b = (\text{양수}) - (\text{음수})$
 $= (\text{양수}) + (\text{양수})$
 $= (\text{양수}) > 0$

$\therefore a-b > 0$

$b-a = (\text{음수}) - (\text{양수})$
 $= (\text{음수}) + (\text{음수})$
 $= (\text{음수}) < 0$

$\therefore b-a < 0$

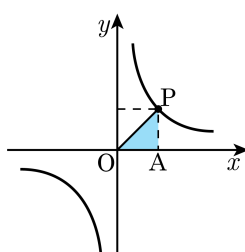
네 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore b-a < b < a < a-b$

11. 다음은 $y = \frac{16}{x}$ 의 그래프의 한 부분이다. 그 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 A 라고 할 때, 삼각형 OAP 의 넓이는?

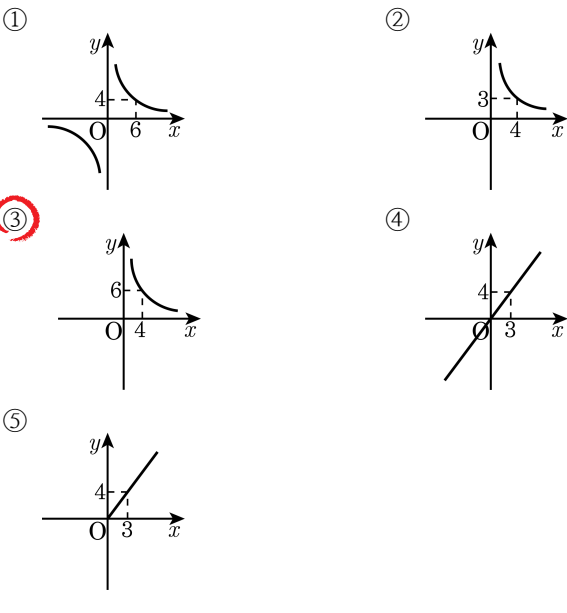
- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 16



해설

$$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

12. 밑변의 길이가 $x\text{cm}$, 높이가 $y\text{cm}$ 인 삼각형의 넓이가 12cm^2 일 때, x 와 y 사이의 관계를 나타내는 그래프를 골라라.



해설

$\frac{1}{2}xy = 12$ 이므로 $y = \frac{24}{x} (x > 0)$
 x 의 값이 0 보다 큰 수이므로 그래프는 제1 사분면에만 그려지고
 $f(4) = \frac{24}{4} = 6$ 이므로 점 (4, 6) 을 지난다.

13. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

14. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m + 1) \times (n + 1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0 + 1) \times (5 + 1) \\ &= 6 \times 1 = (5 + 1) \times (0 + 1) \\ &= 2 \times 3 = (1 + 1) \times (2 + 1) \\ &= 3 \times 2 = (2 + 1) \times (1 + 1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.

15. $a > 0$, $b < 0$ 인 두 정수 a , b 에 대하여 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이고, a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리는 12 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리가 12 이고
 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이므로

a 의 절댓값은 $12 \times \frac{3}{1+3} = 9$ 이고

b 의 절댓값은 $12 \times \frac{1}{1+3} = 3$ 이다.

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 $a = +9$, $b = -3$ 이다.

$\therefore a + b = 9 + (-3) = 6$

16. 네 정수 a, b, c, d 가 아래의 조건을 만족시킬 때, 다음 식 중에서 항상 참인 것은?

㉠ $abd > 0$

㉡ $ac < 0$

㉢ $bd < 0$

- ① $a > 0$
- ② $b > 0$
- ③ $c > 0$
- ④ $d > 0$
- ⑤ 아무 것도 알 수 없다.

해설

㉠과 ㉢에서 $abd > 0$ 이고 $bd < 0$ 이므로 $a < 0$
따라서 ㉡, $ac < 0$ 에서 $c > 0$
그러므로 $a < 0, c > 0$ 임을 알 수 있지만 b, d 의부호는 알 수
없다.

17. 다음은 간격이 일정한 5 개의 유리수를 작은 순서대로 나열한 것이다.

$a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$-\frac{4}{3}, a, -\frac{4}{9}, b, c$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{9}$

해설

5 개의 유리수는 간격이 일정하므로,

$$-\frac{4}{3} + k = a \text{ 이다.}$$

$$-\frac{4}{3} + 2k = -\frac{4}{9}$$

$$k = \frac{4}{9}$$

$$a = -\frac{8}{9}, b = 0, c = \frac{4}{9}$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{4}{9}$$

18. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 이고, 유리수 x 에 대하여 $[x] = x$ 를 넘지 않는 최대 정수라고 정의한다. 다음을 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

$$\left[\frac{(n+1)! + (n-2)!}{n! + (n-1)!} \right] = 180$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$\begin{aligned} & \frac{n! + (n-1)!}{(n+1)! + (n-2)!} = \frac{(n-1)! \times (n+1)}{(n+1)! + (n-2)!} \\ &= \frac{n! + (n-1)!}{(n+1)!} + \frac{(n-2)!}{(n-1)! \times (n+1)} \\ &= n + 0. \times \times \times \times \\ & \left[\frac{(n+1)! + (n-2)!}{n! + (n-1)!} \right] \\ &= [n. \times \times \times \times] \\ &= n \\ &\therefore n = 180 \end{aligned}$$

19. $x - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$ 을 간단히 한 후 x 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= x - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= x - \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= x - \frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} \\ &= x - \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} \\ &= x + x - 1 = 2x - 1 \end{aligned}$$

20. 등식 $3a + 4b = 4a$ 를 만족하는 a, b 에 대하여 $2 - \frac{3b}{a-b}$ 의 값이 x 에 관한 방정식 $p\left(\frac{1-x}{4} + 3\right) = x+1$ 의 해가 될 때, p 의 값을 구하여라.
(단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = \frac{2}{3}$

해설

$3a + 4b = 4a$, $a = 4b$ 이다.

$$2 - \frac{3b}{a-b} = 2 - \frac{3b}{3b} = 1$$

따라서 방정식 $p\left(\frac{1-x}{4} + 3\right) = x+1$ 의 해는 1 이고, $3p = 2$

이므로 $p = \frac{2}{3}$ 이다.

21. x 에 관한 일차방정식 $3x + a(x - 2) = 6$ 의 해가 $x = 1$ 일 때, $\frac{a^2}{3}$ 의 값을 구하여라.

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$3x + a(x - 2) = 6$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3 + a(1 - 2) = 6$$

$$3 - a = 6$$

$$a = -3$$

$$\therefore \frac{a^2}{3} = \frac{(-3)^2}{3} = 3$$

22. 함대에 속해 있는 경찰정에게 함대의 진행 방향 70km 해역을 경찰 하라는 명령이 내려졌다 함대의 속도는 시속 30km 이고, 경찰정의 속도는 시속 40km 이다. 경찰정이 경찰을 마치고 함대로 돌아오는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

- ① 1 시간 ② 1 시간 20 분 ③ 1 시간 30 분
④ 1 시간 40 분 ⑤ 2 시간

해설

경찰정이 x 시간 후에 돌아온다고 하면
(함대가 움직인 거리) + (경찰정이 움직인 거리) = (70km의 2 배) 이므로
 $30x + 40x = 70 \times 2$
 $70x = 140$
 $x = 2$ (시간)
 $\therefore$ 2 시간

23. 두 그릇 A, B 에 $a\%$ 의 소금물과 15% 의 소금물이 각각 들어 있다. 두 그릇의 소금물을 섞으면 13% 의 소금물이 되고, B 그릇의 소금물이 A 그릇의 소금물의 양의 2.5 배일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

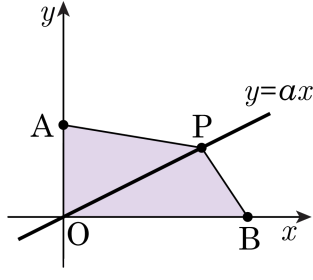
A 그릇의 소금물의 양을 xg 이라 하면, B 그릇의 소금물의 양을 $2.5xg$

$$\frac{a}{100} \times x + \frac{15}{100} \times 2.5x = \frac{13}{100}(x + 2.5x)$$

$$a + 37.5 = 45.5$$

$$\therefore a = 8$$

24. 두 점 $B(4,0)$, $A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 삼각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

P점의 좌표를 (x, y) 라 하면
 (삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이) 이므로
 $4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$
 $x = 2y$
 $P(2y, y)$ 를 $y = ax$ 에 대입하면
 $y = a \times 2y, 2a = 1$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$

25. 점 $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 정비례 관계 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{3}{4}x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\triangle PQO$ 의 넓이를 구하여라.(단,O는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = 4$

$x = 4$ 이 두 직선 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{3}{4}x$ 가 만나는 점 $\rightarrow$ 각 식에

$x = 4$ 대입한다.

$y = \frac{7}{4} \times 4 \therefore y = 7$, P(4, 7)

$y = -\frac{3}{4} \times 4 \therefore y = -3$, Q(4, -3)

$\triangle PQO$ 의 점의 좌표는 (4, 7), (4, -3), (0, 0)

$\triangle PQO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \{7 - (-3)\} \times 4 = 20$