

1. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① 12π

② 14π

③ 16π

④ 18π

⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 을 변형하면

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3 \text{ 이므로}$$

원의 중심의 좌표는 $(-2, 1)$

따라서, 중심이 $(-2, 1)$ 이고

반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

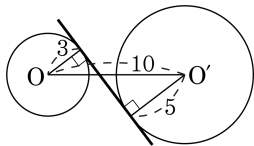
$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2 \text{ 이고,}$$

이 원이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$r = \sqrt{(2+2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

2. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

3. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 두 개의 접선의 기울기를 합하면?

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{5}{2}$

③ 0

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$(3, -1)$ 을 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면

$$y = m(x - 3) - 1 = mx - 3m - 1$$

원 중심에서 접선까지 거리는 반지름과 같으므로

$$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}$$

$$(-3m - 1)^2 = 5m^2 + 5$$

$$4m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$2m^2 + 3m - 2 = 0$$

$$m = -2, \frac{1}{2}$$

4. 원 $x^2 + (y - 5)^2 = 4$ 가 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 9$ 의 외부에 있을 때, 두 원 사이의 최단거리는?

① 2

② 3

③ 5

④ $5\sqrt{2} - 5$

⑤ $5\sqrt{2} - 13$

해설

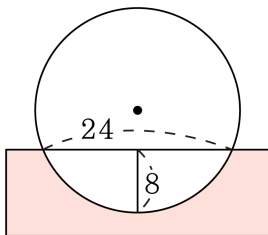
두 원의 중심의 좌표가 각각 $(0, 5)$, $(5, 0)$ 이므로 중심거리는

$$\sqrt{5^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

두 원의 반지름은 각각 2, 3 이므로 두 원의 최단거리는 $5\sqrt{2} -$

$$2 - 3 = 5\sqrt{2} - 5$$

5. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



① $6\sqrt{3}$

② 13

③ $8\sqrt{3}$

④ 16

⑤ $12\sqrt{3}$

해설

다음 그림처럼 공의 반지름의 길이를 r 라 하면

피타고라스의 정리에 의하여

$$r^2 = 12^2 + (r - 8)^2$$

$$r^2 = 144 + r^2 - 16r + 64$$

$$\therefore r = 13$$

