

1. 두 식 $2x + y = 10$, $y < x < 3y$ 을 동시에 만족시키는 정수 x , y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x + y = 10$ 에서 $y = 10 - 2x$ 이므로

$10 - 2x < x < 3(10 - 2x)$

$\therefore \frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$

x 는 정수이므로 $x = 4$

따라서 $y = 2$

$\therefore x - y = 2$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x+2 \leq 2x+3 \\ 3x \geq 5x-14 \end{cases}$ 의 해 x 의 최댓값을 a , 최솟값을 b

라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x+2 \leq 2x+3, x \geq -1$$

$$3x \geq 5x-14, x \leq 7$$

→ 연립부등식의 해는 $-1 \leq x \leq 7$

따라서 x 의 최댓값은 7, 최솟값은 -1 이다.

$$\therefore a-b = 7 - (-1) = 8$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+1 \geq 1 \end{cases}$ 의 해가 자연수일때, 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+1 \geq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 2$$

따라서 자연수인 해는 1, 2로 모두 2개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x+3}{4} - \frac{1-x}{2} < 2 \\ 0.4x + 1.3 < 0.5x + 1.7 \end{cases}$ 를 풀 것.

- ① $-6 < x < \frac{3}{2}$ ② $-4 < x < \frac{7}{3}$ ③ $-\frac{4}{3} < x < 3$
 ④ $-\frac{1}{3} < x < 5$ ⑤ $2 < x < \frac{11}{4}$

해설

$$\begin{cases} \frac{x+3}{4} - \frac{1-x}{2} < 2 & \dots ① \\ 0.4x + 1.3 < 0.5x + 1.7 & \dots ② \end{cases}$$

①식을 정리하면

$$x + 3 - 2(1 - x) < 8$$

$$x + 3 - 2 + 2x < 8$$

$$3x < 7$$

$$x < \frac{7}{3}$$

②식을 정리하면

$$4x + 13 < 5x + 17$$

$$x > -4$$

$$\therefore -4 < x < \frac{7}{3}$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} -x+3 > x-5 \\ 2x-1 \geq a \end{cases}$ 의 해가 $-3 \leq x < 4$ 일 때, a 의 값은?

① -8 ② -7 ③ -5 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$-x+3 > x-5$$

$$\therefore x < 4$$

$$2x-1 \geq a$$

$$x \geq \frac{a+1}{2}$$

$$\frac{a+1}{2} = -3, a+1 = -6$$

$$\therefore a = -7$$

6. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면,

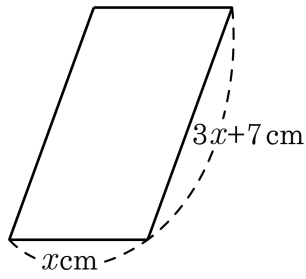
$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases} \quad \text{이므로 간단히 하면,}$$

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } \frac{25}{2} < x < 15 \text{ 이고, } \frac{25}{2} = 12.5 \text{ 이므로,}$$

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

7. 다음과 같은 평행사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



- ① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x + 2(3x + 7)$ 임으로, $120 < 8x + 14 \leq 150$ 이다.
 $120 < 8x + 14 \leq 150$ 를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 120 < 8x + 14 \\ 8x + 14 \leq 150 \end{cases} \quad \text{이다. 간단히 하면} \quad \begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \leq \frac{136}{8} \end{cases} \quad \text{이다. 따}$$

라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. 그러므로 가로의 길이는

$\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

8. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점
을 받았다. 네 번째지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가
되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라.
(단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ **답:** 점

▶ 정답 : 76점

해설

$$\begin{aligned} 85 &\leq \frac{92 + 83 + 89 + x}{4} \leq 91 \\ 85 \times 4 &\leq 92 + 83 + 89 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 340 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 340 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 76 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 76 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

9. 부등식 $|x+3|+|x-2|<6$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 5

해설

i) $x < -3$

$$-x-3-x+2 < 6, x > -\frac{7}{2} \therefore -\frac{7}{2} < x < -3$$

ii) $-3 \leq x < 2$

$$x+3-x+2 < 6, \text{ 항상 성립 } \therefore -3 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$

$$x+3+x-2 < 6, x < \frac{5}{2} \therefore 2 \leq x < \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{7}{2} < x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow a < x < b$

$$\therefore a = -\frac{7}{2}, b = \frac{5}{2} \therefore a+b = -1$$

10. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$\begin{aligned} 64 &\leq 16x - x^2 \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 8)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

11. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

12. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

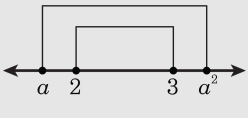
(i) $x < 1$ 일 때,
 $3x^2 \geq -2(x-1) + 3, 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$
 $(x-1)(3x+5) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$
그런데 $x < 1$ 이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$
(ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $3x^2 \geq 2(x-1) + 3, 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$
 $(x-1)(3x+1) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 1$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x \geq 1$
(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$
따라서 $\alpha = -\frac{5}{3}, \beta = 1$ 이므로 $3\alpha + \beta = -4$

13. 구간 $[2, 3]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - a(a+1)x + a^3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 a 의 최솟값과 최댓값의 곱은?(단, $a > 1$)

- ① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 5

해설

$[2, 3] \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$
 $x^2 - a(a+1)x + a^3 \leq 0$
 $(x-a)(x-a^2) \leq 0$
 $a < x < a^2 (\because a > 1) \quad a \leq 2, a^2 \geq 3$
 $\therefore a$ 의 최댓값 : 2
 a 의 최솟값 : $\sqrt{3} \rightarrow \therefore 2\sqrt{3}$



14. 이차함수 $y = mx^2 + nx + mn + 2$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < 3$ 일 때, $4mn$ 의 값은? (단, m, n 은 상수)

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$mx^2 + nx + mn + 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$ 의 해가
 $-1 < x < 3$ 이므로 $m < 0$ 이고
 $m(x+1)(x-3) > 0$
 $\therefore mx^2 - 2mx - 3m > 0$
이것이 $\textcircled{1}$ 과 일치하므로
 $n = -2m, mn + 2 = -3m$
두 식을 연립하여 풀면 $-2m^2 + 2 = -3m$ 에서
 $2m^2 - 3m - 2 = 0, (2m+1)(m-2) = 0$
 $\therefore m = -\frac{1}{2} (\because m < 0)$
따라서 $n = -2m = 1$ 이므로 $4mn = -2$

15. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$

16. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 이 항상 성립할 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 1$ ② $a < 2$ ③ $a < 3$ ④ $a < 4$ ⑤ $a < 5$

해설

부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 에서 $x^2 + (a-1)x - 4 < 0$

$1 \leq x \leq 2$ 에서

이 부등식이 항상 성립해야 하므로

방정식 $x^2 + (a-1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 1보다 작고, 다른 한 근은 2보다 커야 한다.

$f(x) = x^2 + (a-1)x - 4$ 로 놓으면

$f(1) = 1 + (a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 4 \cdots \textcircled{㉠}$

$f(2) = 4 + 2(a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 1 \cdots \textcircled{㉡}$

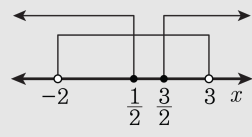
$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $a < 1$

17. 다음 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 또는 $c \leq x < d$ 일 때 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \rightarrow -2 < x < 3 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2}, x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$



$$-2 < x \leq \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \leq x < 3$$

$$a = -2, \quad b = \frac{1}{2}, \quad c = \frac{3}{2}, \quad d = 3$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

18. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

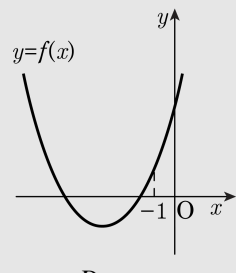
▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

 $f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6-k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, \quad (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -3$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3 개다.

19. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

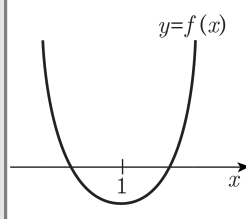
③ $a > -3$

④ $a > -4$

⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a-3 < 0$
 $\therefore a > -3$



20. x 에 관한 부등식 $(a+2b)x+a-b < 0$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, x 에 관한 부등식 $(a-b)x+2a-b > 0$ 을 풀면?

① $x > \frac{1}{3}$
④ $x < -\frac{4}{3}$

② $x < \frac{1}{3}$
⑤ $x > \frac{7}{3}$

③ $x > -\frac{4}{3}$

해설

$$a+2b < 0, \frac{-(a-b)}{a+2b} = 1$$

$\therefore b = -2a$ 이므로

$$(a-b)x+2a-b = a(3x+4) > 0$$

$a > 0$ 을 이용하면

$$\therefore 3x+4 > 0 \therefore x > -\frac{4}{3}$$

21. 다음 조건을 동시에 만족하는 x 의 범위는?

(가) $2x - y = -5$

(나) $-x < 2y < 3(x + 6)$

- ① $x > 8$

② $x < -2$

③ $-8 < x < -2$

④ $-2 < x < 8$

⑤ $-8 < x < 2$

해설

$2x - y = -5 \Rightarrow y = 2x + 5$ 를 부등식에 대입하면,

$-x < 2(2x + 5) < 3(x + 6)$

$\begin{cases} -x < 2(2x + 5) \\ 2(2x + 5) < 3(x + 6) \end{cases}$

$\rightarrow$

$\begin{cases} -x < 4x + 10 \\ 4x + 10 < 3x + 18 \end{cases}$

정리하면 $\begin{cases} x > -2 \\ x < 8 \end{cases}$

이므로 $-2 < x < 8$ 이다.

22. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$

23. 두 부등식 $A : \frac{5x+1}{6} < 1$, $B : 3x-8 < -x$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 부분을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$$A : \frac{5x+1}{6} < 1$$

$$\therefore x < 1$$

$$B : 3x-8 < -x$$

$$\therefore x < 2$$

따라서 A 에서 B 를 제외한 부분을 만족하는 자연수의 개수는 0 개이다.

24. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

① $3 < a \leq 4$

② $0 < a \leq 3$

③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \leq 4$

⑤ $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{1} \\ |x| < a \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$

$\therefore x < -4$

$\textcircled{2}$ 에서 $|x| < a$ 는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$-a \geq -4, a \leq 4,$

그런데 a 는 양수이므로 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.

25. 십의 자리 숫자가 일의 자리 숫자의 두 배인 어떤 두 자리 자연수가 21보다 크고 60보다 작다고 한다. 처음 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $2x$ 이다.

즉, 이 두 자리 자연수는 $(10 \times 2x) + x = 21x$ 이다.

$$21 < 21x < 60$$

$$1 < x < \frac{20}{7}, \frac{20}{7} = 2.857142 \dots$$

$$\therefore x = 2$$

처음 두 자리 자연수는 42 이다.

26. x 에 대한 이차함수 $y = (a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3$ 의 값이 모든 실수 x 에 대하여 항상 양이 되는 실수 a 의 값의 집합을 A라 하고, 항상 음이 되는 실수 a 의 값의 집합을 B라 할 때, $A \cup B$ 는?

- ① $\{a \mid a < 6\}$
- ② $\{a \mid a \leq 6\}$
- ③ $\{a \mid 3 < a < 6\}$
- ④ $\{a \mid 3 \leq a \leq 6\}$
- ⑤ $\{a \mid a > 3\}$

해설

$y = (a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3$ 이 이차함수이므로 $a \neq 3$ 이 때, 이차방정식 $(a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3 = 0$ 의 판별식을 D라 하자.

(i) 항상 양일 경우

모든 실수 x 에 대하여 항상 $y > 0$ 이라면 $a-3 > 0$, 즉 $a > 3$ 이고

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) < 0$$

$$(a-3)(a-3-3) < 0, \quad (a-3)(a-6) < 0$$

$$\therefore 3 < a < 6$$

$$\therefore A = \{a \mid 3 < a < 6\}$$

(ii) 항상 음일 경우

모든 실수 x 에 대하여 항상 $y < 0$ 이라면 $a-3 < 0$, 즉 $a < 3$ 이고

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) < 0$$

$$(a-3)(a-3-3) < 0, \quad (a-3)(a-6) < 0$$

$$\therefore 3 < a < 6$$

$$\therefore B = \emptyset$$

(i), (ii)에서 $A \cup B = \{a \mid 3 < a < 6\}$

27. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $|x - 2| < \sqrt{3}$ 의 해와 같을 때,

이차부등식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $0 < x < 1$
- ② $1 < x < 2$
- ③ $2 < x < 3$
- ④ $3 < x < 4$
- ⑤ $4 < x < 5$

해설

$$|x - 2| < \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x - 2 < \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (\because a < 0)$$

$$-\frac{b}{a} = 4, \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow b = -4a, c = a$$

그러면 주어진 식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 에서

$$ax^2 + (-4a + a)x + a - 4a + 5a > 0$$

$$ax^2 - 3ax + 2a > 0 (\because a < 0)$$

$$x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$(x - 2)(x - 1) < 0$$

따라서 $1 < x < 2$

28. 이차방정식 $x^2 + (a-b)x + ab = 1$ 이 a 의 어떤 실수값에 대해서도 항상 실근을 갖도록 b 의 범위를 정하면?

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $b \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}, b \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$
 ③ $-\frac{\sqrt{2}}{3} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $b \leq -\frac{\sqrt{2}}{3}, b \geq \frac{\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $b \leq -2, b \geq 2$

해설

$$x^2 + (a-b)x + ab - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (a-b)^2 - 4(ab-1) \geq 0$$

이 식을 a 에 관해서 정리하면, $a^2 - 6ba + b^2 + 4 \geq 0$ 이

부등식이 a 에 관계없이 항상 성립하기 위한 조건은 $\frac{D'}{4} \leq 0$

이므로

$$\frac{D'}{4} = (3b)^2 - (b^2 + 4) \leq 0$$

$\therefore 2b^2 - 1 \leq 0$ 에서

$$(\sqrt{2}b + 1)(\sqrt{2}b - 1) \leq 0$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq b \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

29. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?
- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$
 $x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$
 $\therefore 5 \leq x \leq 10$
10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.

30. 부등식 $x^2 - 4x + 3 > 0$ 과 $2x^2 + (a - 8)x - 4a < 0$ 을 동시에 만족하는 정수인 x 의 값이 0뿐 일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a \leq 2$

② $0 \leq a < 2$

③ $0 < a \leq 2$

④ $-1 < a \leq 0$

⑤ $-1 \leq a < 0$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) > 0$$

$$\therefore x > 3 \text{ 또는 } x < 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x^2 + (a - 8)x - 4a$$

$$= (2x + a)(x - 4) < 0$$

한편, 만족하는 해가 0뿐이므로

$$-\frac{a}{2} < 4$$

$$\therefore -\frac{a}{2} < x < 4 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{과 } \textcircled{2} \text{에 의하여 } -1 \leq -\frac{a}{2} < 0$$

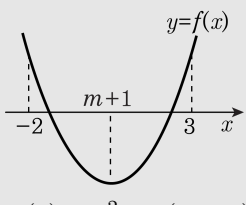
$$\therefore 0 < a \leq 2$$

31. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m+3 = 0$ 의 두 실근이 -2 와 3 사이에 있을 때, 정수 m 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설



$f(x) = x^2 - 2(m+1)x + m+3$ 으로 놓으면

(i) $\frac{D}{4} = (m+1)^2 - (m+3) \geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2) \geq 0$

$\therefore m \leq -2$ 또는 $m \geq 1$ ㉠

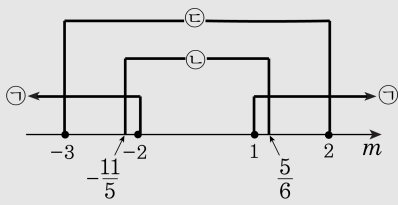
(ii) $f(-2) = 5m+11 > 0$ 에서

$m > -\frac{11}{5},$

$f(3) = 6-5m > 0$ 에서 $m < \frac{6}{5}$

$\therefore -\frac{11}{5} < m < \frac{6}{5}$ ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2 < m+1 < 3$

$\therefore -3 < m < 2$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\frac{11}{5} < m \leq -2$ 또는 $1 \leq m < \frac{6}{5}$

따라서, 정수 m 은 $-2, 1$ 두 개다.

- 32.** 농도가 5% 인 소금물 200g 에 소금을 넣고, 넣어 준 소금의 양만큼 물을 증발시켜서 농도가 7% 이상이 되게 하려고 한다. 이 때, 더 넣어준 소금의 양은 최소 몇 g 인지 구하여라.

▶ 音韻

▶ 정답 : 4g

해설

농도가 5% 인 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은

$$200 \times \frac{5}{100} = 10 \text{ (g)}$$

더 넣어준 소금의 양을 xg 이라 하면

$$\frac{10+x}{200} \times 100 \geq 7$$
$$\therefore x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 4$$

따라서 더 넣어준 소금의 양은 최소 4g 이다.

33. 전자사전을 사기 위해 x 일 동안 한달에 20000 원씩 모으면 11000 원이 남고, 한달에 18000 원씩 모으면 9000 원 미만이 부족하다. x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

전자사전을 사기 위해 필요한 돈은 $(20000x - 11000)$ 원이므로
 $18000x < (20000x - 11000) < 18000x + 9000$
각 변에서 $18000x$ 를 빼면
 $0 < 2000x - 11000 < 9000$
 $\therefore 5.5 < x < 10$
따라서 x 의 최댓값은 9이다.