

1. A 의 모임은 24로 나눌 때 나머지가 2인 자연수이고, B 의 모임은 15로 나눌 때 나머지가 2인 자연수일 때, A 와 B 의 공통부분에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

A 와 B 의 공통된 부분에서 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

2. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2 - 6a - 7 = 0$, $a^2 - 2a = \frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2 + 7b - 21 = 0$, $3b^2 + 21b = 63$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 5x - 7 = 0$ 의 두 근이 $x = a$ 또는 $x = b$ 일 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{7}$

해설

$$2x^2 - 5x - 7 = (2x - 7)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{7}{2}, x = -1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{7}{2}} + \frac{1}{-1} = \frac{2}{7} - 1 = -\frac{5}{7}$$

4. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$$(x-3)^2=2x-7$$

① $x^2+16=-8x$

② $3x^2+6x=-3$

③ $10x^2=3x+1$

④ $6(2x^2-1)=x$

⑤ $x^2=6\left(x-\frac{3}{2}\right)$

해설

$$(x-3)^2=2x-7 \text{ 에서}$$

$$x^2-8x+16=0 \text{ 이므로}$$

$$(x-4)^2=0$$

$$\therefore x=4$$

중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.

① $(x+4)^2=0$

$$\therefore x=-4$$

② $x^2+2x+1=0, (x+1)^2=0$

$$\therefore x=-1$$

③ $(5x+1)(2x-1)=0$

$$\therefore x=-\frac{1}{5} \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

④ $(3x+2)(4x-3)=0$

$$\therefore x=-\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=\frac{3}{4}$$

⑤ $x^2-6x+9=0, (x-3)^2=0$

$$\therefore x=3$$

5. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x + 6 - m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 그 때의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 5$

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$x^2 + 2x + 6 - m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (6 - m) = 0$$

$$1 - 6 + m = 0$$

$$\therefore m = 5$$

$m = 5$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -1(\text{중근})$$

6. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m 은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$2(x+k)^2 = m, (x+k)^2 = \frac{m}{2}$$

$$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore k = -4, m = 10$$

$$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$$

7. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x+a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

8. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$
④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$ ⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\begin{aligned}\therefore x &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x - \frac{x^2 + 1}{2} = 0.4(x - 1)$ 의 두 근의 곱은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$10x - 5x^2 - 5 = 4(x - 1)$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 5}}{-5} = \frac{-3 \pm 2}{-5}$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{두 근의 곱} : \frac{1}{5}$$

10. 방정식 $(x^2 + 2x)^2 - 5(x^2 + 2x) - 14 = 0$ 을 만족하는 모든 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$(x^2 + 2x)^2 - 5(x^2 + 2x) - 14 = 0$,
 $x^2 + 2x = A$ 로 치환하면
 $A^2 - 5A - 14 = 0$,
 $(A + 2)(A - 7) = 0$,
 $(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x - 7) = 0$,
 $x^2 + 2x + 2 = 0$ 의 두 근의 합 -2 ,
 $x^2 + 2x - 7 = 0$ 의 두 근의 합 -2 ,
따라서 모든 근의 합은 $(-2) + (-2) = -4$ 이다.

11. 다음 이차방정식 중에서 해가 없는 것은?

① $4x^2 - 12x + 9 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $2x^2 - 4x + 1 = 0$

④ $4x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $6x - 5x^2 = 0$

해설

② $D = 2^2 - 4 \times 5 = -16 < 0$

12. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

13. 둘레의 길이가 24 cm 이고 넓이가 32 cm² 인 직사각형이 있다. 세로의 길이보다 가로의 길이가 더 길 때, 가로의 길이는?

① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

가로의 길이를 x cm 라 하자.

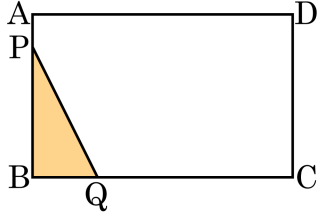
$$x(12 - x) = 32$$

$$-x^2 + 12x = 32$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 6)$$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?

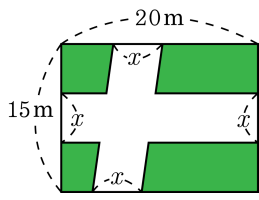


- ① 3 초 또는 5 초 ② 2 초 또는 8 초 ③ 5 초 또는 7 초
 ④ 2 초 또는 5 초 ⑤ 2 초 또는 7 초

해설

$$\begin{aligned}
 &x \text{ 초 후의} \\
 &\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x \\
 &\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16 \\
 &\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2, 8
 \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m인 직사각형 모양의 화단에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이가 150m^2 일 때, 길의 폭을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 5 m

해설

도로의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20 - x)\text{m}$, 세로의 길이가 $(15 - x)\text{m}$ 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(15 - x) = 150$$

$$x^2 - 35x + 150 = 0$$

$$(x - 5)(x - 30) = 0$$

$$\therefore x = 5\text{m}(\because 0 < x < 15)$$

16. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

18. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
 - ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
 - ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
 - ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면
 $\alpha(\alpha - 3) = 40$
 $\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m, m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m, m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

21. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강 상류에서 하류까지 12km를 왕복하는 데 5시간 걸린다면, 12km를 올라가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답 : 3 시간

해설

배가 강을 따라 오를 때의 속력을 x km/h라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x - 4)(5x + 6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x \equiv 4$ 이다

$$\therefore \frac{12}{4} = 3(\text{시간})$$

22. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10 이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

- ① 235
- ② 325
- ③ 532
- ④ 523
- ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0 이상 10 미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10 미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=10 \cdots \textcircled{1} \\ 4q=p+r \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $q=2$
 $100p+20+r=100r+20+p+198$
 $p-r=2 \cdots \textcircled{3}$
 $q=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $p+r=8 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{4}$ 에서 $p=5, r=3$
따라서 구하는 수는 325 이다.

23. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어들 때의 요금 인상률은?

- ① 40% ② 45% ③ 50% ④ 55% ⑤ 60%

해설

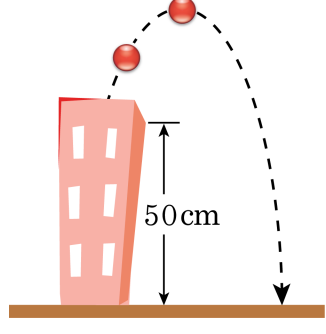
인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$$
$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=\left(1-\frac{10}{100}\right)$$
$$x^2-25x+1250=0$$
$$(x-50)(x+25)=0$$

$x>0$ 이므로 $x=50$

24. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로
 $-5t^2 + 25t + 50 = 50$
 $t = 5$
따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.
최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로
 $h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\text{m})$

25. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,
 $x = 2$ 를 $x^2 - 5x - a = 0$ 에 대입하면 $4 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = -6$
또 $x^2 + bx + c = 0$ 은 $x = 2$ 가 중근이므로
 $(x - 2)^2 = 0$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $\therefore b = -4, c = 4$
 $\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$