

1. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$
(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$
(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$
따라서 방정식의 두 실근의 합은
 $6 + (-4) = 2$

2. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 근은? (단, a 는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

4. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

5. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0, a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

6. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$
$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

- ① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀다.

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18-24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

7. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

8. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8 ② -4 ③ -2 ④ 5 ⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

9. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 0, b = 3$ ③ $a = -1, b = 2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, \quad a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

10. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

11. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

12. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

② $(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})$

③ $(x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

④ $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⑤ $(x-1-\sqrt{2}i)(x-1+\sqrt{2}i)$

해설

$$x^2 + 2x + 4 = 0 \text{ 의 해를 구하면}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$$

13. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수)의 한 근이 $1+i$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1+i$ 이므로,
결레근 $1-i$ 도 식의 근.
 $(1+i) + (1-i) = -a$
 $\therefore a = -2$

14. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (1+3i)x - 2(1+i) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$ 를 곱하면
 $(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(1+3i)x - 2(1+i)(1+i) = 0$
 $2x^2 + (4i-2)x - 2(2i) = 0$
 $x^2 + (2i-1)x - 2i = 0$
 $(x+2i)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -2i$ 또는 $x = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (-2i)^2 + 1^2 = -3$

15. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 의 해는 ?

- ① -2, 4 ② -2, 2 ③ -4, 4
④ -4, 2 ⑤ -4, -2, 2, 4

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 에서
i) $x > 0$ 일 때,
 $x^2 + 2x - 8 = 0, (x+4)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$
그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 2$
ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 2x - 8 = 0, (x-4)(x+2) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -2$
i), ii)에서 구하는 해는 -2, 2

16. 갑, 을 두 학생이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데, 갑은 이차항의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $1 \pm \sqrt{6}$ 을 얻었고, 을은 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $-\frac{1}{3}, 1$ 을 얻었다. 이 이차방정식의 올바른 근을 구하여 더하면 얼마인가?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

먼저 갑이 푼 이차식의 형태를 알아보자.

갑이 푼 이차식을 $a'x^2 + bx + c = 0$ 라 하면

$$-\frac{b}{a'} = 1 + \sqrt{6} + 1 - \sqrt{6} = 2,$$

$$\frac{c}{a'} = (1 + \sqrt{6})(1 - \sqrt{6}) = -5 \text{ 이므로}$$

갑이 푼 이차식은 위의 값들을 대입해 정리하면

$x^2 - 2x - 5 = 0$ 의 실수배 형태인 것을 알 수 있다.

같은 방법으로 을이 푼 이차식을 알아보면

$$-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}, \frac{c}{a} = -\frac{1}{3} \text{ 으로}$$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 실수배임을 알 수 있다.

b 값은 둘 다 잘못보고 풀지 않았는데 구한 식의 원형 2개가 b

값이 일치하므로

$a = 3, c = -5$ 임을 알 수 있고 b 는 -2 임을 알 수 있다.

따라서 원래 식에서 두 근의 합은 $\frac{2}{3}$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 일 때 p, q 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차 방정식을 구하면?(단, p, q 는 유리수)

① $x^2 - x - 6 = 0$

② $x^2 + 2x - 8 = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - x - 12 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 3 = 0$

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + px + q = 0 \text{의 두 근은 } -1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$$

$$-p = (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

$$q = (-1 + \sqrt{2})(-1 - \sqrt{2}) = -1$$

$$p = 2, q = -1 \text{이므로 } p + q = 1, pq = -2$$

2, -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - x - 2 = 0$$

18. $a^2 - 3a + 1 = 0$ 일 때, $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서}$$

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편, $a^2 - 3a + 1 = 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (k-3)x + k + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 양수일 때 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k \geq -5 - 2\sqrt{6}$ ② $k \geq -5 + 2\sqrt{6}$ ③ $k \geq -5 + \sqrt{6}$
④ $k \geq 5 + \sqrt{6}$ ⑤ $k \geq 5 + 2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - (k-3)x + k + 2 = 0 \text{에서} \\ &D = (k-3)^2 - 4(k+2) \\ &= k^2 - 6k + 9 - 4k - 8 \\ &= k^2 - 10k + 1 \geq 0 \\ &\therefore k \leq 5 - 2\sqrt{6} \text{ 또는 } k \geq 5 + 2\sqrt{6} \\ &\text{두 근의 합 } k-3 > 0 \text{이므로 } k > 3 \\ &\text{두 근의 곱 } k+2 > 0 \text{이므로 } k > -2 \\ &\text{따라서 } k \geq 5 + 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta = 7$ 이 성립한다. 이 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, a 는 실수)

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

해설

$\alpha + \beta = 8, \alpha - \beta = 7$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha\beta &= \frac{1}{4} \{(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2\} \\ &= \frac{1}{4}(8^2 - 7^2) \\ &= \frac{15}{4}\end{aligned}$$