

1. 이차방정식 $3(x+2)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$$(x+2)^2 = \frac{a}{3}$$

중근을 가질 때 (완전제곱식) = 0 의 꼴이므로

$$\frac{a}{3} = 0$$

$$\therefore a = 0$$

2. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식) = 0 이 되어야 한다.

$3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p = 0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면

$$3x^2 - 6x + 3 - p = 0$$

$$D/4 = 9 - 3(3 - p) = 0 \quad \therefore p = 0$$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 + x + 3k = 0 (k \neq 0)$ 의 한 근이 k 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 식에 k 를 대입하면

$$k^2 + k + 3k = 0, \quad k^2 + 4k = 0$$

$$k(k + 4) = 0$$

$$\therefore k = -4 (k \neq 0)$$

5. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$\begin{aligned} -10 &= (-1) \times 10 = 1 \times (-10) \\ &= (-2) \times 5 = 2 \times (-5) \end{aligned}$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

6. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

7. 두 양수 a, b 가 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 15 = 0$, $a-b=1$ 을 만족할 때, ab 의 값은?

① -4

② -6

③ 4

④ 6

⑤ 5

해설

$a+b=t$ 로 치환하면 $(t+3)(t-5)=0$

$t=-3$ 또는 5

$$\text{i)} \begin{cases} a+b=-3 \\ a-b=1 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} a+b=5 \\ a-b=1 \end{cases}$$

i)에서 $a=-1$, $b=-2$ 이므로 a, b 가 양수라는 조건에 맞지 않는다.

ii)에서 $a=3$, $b=2$

$\therefore ab=6$

8. 방정식 $(x^2 + x)^2 - 7(x^2 + x) + 12 = 0$ 을 만족하는 모든 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(x^2 + x)^2 - 7(x^2 + x) + 12 = 0 ,$$

$x^2 + x = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 7A + 12 = 0 ,$$

$$(A - 3)(A - 4) = 0 ,$$

$$(x^2 + x - 3)(x^2 + x - 4) = 0 ,$$

$x^2 + x - 3 = 0$ 의 두 근의 합 -1 ,

$x^2 + x - 4 = 0$ 의 두 근의 합 -1 ,

따라서 모든 근의 합은 $(-1) + (-1) = -2$ 이다.

9. a, b 가 $(a-b)^2 - 3(a-b) - 10 = 0$, $a+b = -3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 모두 음수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$a-b = t$ 로 치환하면 $(t+2)(t-5) = 0$

$t = -2$ 또는 $t = 5$

$$\text{i) } \begin{cases} a-b=5 \\ a+b=-3 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=-3 \end{cases}$$

i) 에서 $a = 1$, $b = -4$ 이므로 a, b 가 음수라는 조건에 맞지 않다.

$$\text{ii) 에서 } a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 5$$

10. 다음과 같은 방정식에서 $2y - 3x$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -y$)

$$\frac{3(x+1)^2 - 2(1-y)^2}{2(x+1)(1-y)} = \frac{1}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x+1 = X$, $1-y = Y$ 로 치환하면

$$3X^2 - XY - 2Y^2 = 0$$

$$(3X + 2Y)(X - Y) = 0$$

i) $X = Y$ 일 때

$$x+1 = 1-y$$

$x = -y$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

ii) $3X = -2Y$ 일 때

$$3(x+1) = -2(1-y)$$

$$3x - 2y = -5$$

$$\therefore 2y - 3x = -(-5) = 5$$

11. $(x - y - 1)(x - y - 5) = -4$ 를 만족하는 $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x - y = t$ 라 하면

$$(t - 1)(t - 5) = -4$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$(t - 3)^2 = 0$$

$$\therefore t = 3$$

$$\therefore x - y = 3$$

12. 이차방정식 $(x-3)^2 - (x-3) = 12$ 를 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 4$

② $x = -4$ 또는 $x = 3$

③ $x = 0$ 또는 $x = 7$

④ $x = -7$ 또는 $x = 0$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 6$

해설

$$(x-3)^2 - (x-3) = 12$$

$x-3 = A$ 라고 하면

$$A^2 - A - 12 = 0$$

$$(A-4)(A+3) = 0$$

$$(x-3-4)(x-3+3) = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 7$$

13. $(x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 2x) - 6 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$x^2 - 2x = A$ 로 놓으면

$$A^2 - A - 6 = 0$$

$$(A - 3)(A + 2) = 0$$

$$A = 3 \text{ 또는 } A = -2$$

$$(i) \quad x^2 - 2x = 3, \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$(ii) \quad x^2 - 2x = -2, \quad x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = -4 < 0 \text{ 이므로 해는 없다.}$$

14. $(x^2 + y^2 - 2)(x^2 + y^2 - 3) - 2 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x^2 + y^2 = 1$

▷ 정답 : $x^2 + y^2 = 4$

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$$(A - 2)(A - 3) - 2 = 0$$

$$A^2 - 5A + 4 = 0$$

$$(A - 1)(A - 4) = 0$$

$$A = 1 \text{ 또는 } A = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 1 \text{ 또는 } x^2 + y^2 = 4$$