

1. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

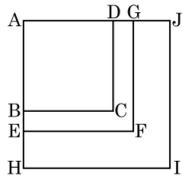
▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 4$

해설

$4.6 = \sqrt{21.16}$, $5.1 = \sqrt{26.01}$,
 $\sqrt{21.16} < \sqrt{x} < \sqrt{26.01}$ 을 만족하는
 $x = 22, 23, 24, 25, 26$
 $a = 26, b = 22$
 $\therefore a - b = 26 - 22 = 4$

2. 다음 그림에서 $\square ABCD, \square AEF G, \square AHIJ$ 는 모두 정사각형이고, 그 넓이는 각각 12cm^2 , 18cm^2 , 32cm^2 이다. $\overline{AD} = a, \overline{DG} = b, \overline{GJ} = c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하면?



- ① $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\text{cm}$ ② $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ④ $4(\sqrt{3} - \sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned}
 a^2 &= 12, \therefore a = 2\sqrt{3}\text{cm} \\
 (\overline{AG})^2 &= 18, \overline{AG} = 3\sqrt{2}\text{cm}, \\
 \therefore b &= (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\text{cm} \\
 (\overline{AJ})^2 &= 32, \overline{AJ} = 4\sqrt{2}\text{cm}, \\
 \therefore c &= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}(\text{cm}) \\
 \therefore a - b + c &= 2\sqrt{3} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) + \sqrt{2} \\
 &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}(\text{cm})
 \end{aligned}$$

3. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{2} = 1.4 \times \dots$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2} = 1 - 1.4 \times \dots = -0.4 \times \dots$

④ $2 + \sqrt{2} = 3.4 \times \dots$

⑤ $1 + \sqrt{2} = 2.4 \times \dots$

\therefore ② < ③ < ① < ⑤ < ④

4. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

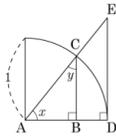
$$\begin{aligned} f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\ &= -4 - 6 + a = -10 + a \\ &= -15 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -5$$

$$f(x) = -x^2 + 3x - 5$$

$$f(2) = -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3$$

5. 다음 그림은 반지름의 길이가 1 인 사분원이다. 다음 값들 분모가 1 인 길이로 나타내었을 때, 그 길이가 \overline{BC} 와 같은 것을 모두 고르면?



- ① $\sin x$ ② $\cos x$ ③ $\cos y$ ④ $\tan x$ ⑤ $\tan y$

해설

$$\sin x = \cos y = \overline{BC}$$

6. 영희는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점 ② 83 점 ③ 85 점 ④ 87 점 ⑤ 89 점

해설

1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a, b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$$

$$\frac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b)+x = 255, \quad 168+x = 255 \quad \therefore x = 87$$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

7. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$

② $3x - y + 2$

③ $x - y + 4$

④ $x - y + 2$

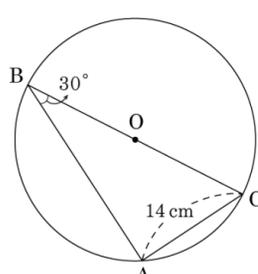
⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - x + 5y - 6 \\ &= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6) \\ &= x^2 - x - (y - 3)(y - 2) \\ &= \{x + (y - 3)\} \{x - (y - 2)\} \\ &= (x + y - 3)(x - y + 2) \\ &\therefore A = x - y + 2 \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 원 O의 반지름의 길이는?

- ① 14cm
- ② 15cm
- ③ 18cm
- ④ 20cm
- ⑤ 21cm



해설

$$\sin 30^\circ = \frac{14}{\overline{BC}}, \overline{BC} = \frac{14}{\sin 30^\circ}$$
$$\overline{BC} = 14 \div \frac{1}{2} = 14 \times 2 = 28(\text{cm})$$
$$\therefore (\text{반지름}) = 14(\text{cm})$$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 한 근을 a 이라 할 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$$x \text{ 에 } a \text{ 를 대입하면 } a^2 + 4a - 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 으로 나누면 } a + 4 - \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = -4$$

10. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(2x - 3)^2 = (2x + 1)(x - 9) + 25$$

① $x = -1$ 또는 $x = 7$

② $x = -1$ 또는 $x = -7$

③ $x = 1$ 또는 $x = \frac{5}{2}$

④ $x = 1$ 또는 $x = -\frac{7}{2}$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = 5$

해설

$$\text{전개해서 정리하면 } 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

11. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} 2x^2 - 10x - 1 = 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0 \\ x^2 - 5x = \frac{1}{2} \\ x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가}) \\ (x + (\text{나}))^2 = (\text{다}) \\ x + (\text{나}) = \pm(\text{라}) \\ \therefore x = (\text{마}) \end{aligned}$$

- ① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$ ③ (다): $\frac{27}{4}$
④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

$$(\text{라}): \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

12. a, b 가 $(a-b)^2 - 3(a-b) - 10 = 0$, $a+b = -3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 모두 음수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$a-b = t \text{ 로 치환하면 } (t+2)(t-5) = 0$$

$$t = -2 \text{ 또는 } t = 5$$

$$\text{i) } \begin{cases} a-b = 5 \\ a+b = -3 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} a-b = -2 \\ a+b = -3 \end{cases}$$

i)에서 $a = 1, b = -4$ 이므로 a, b 가 음수라는 조건에 맞지 않는다.

$$\text{ii)에서 } a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 5$$

13. 다음 이차함수 중에서 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 - x - 2$ ② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = (x+3)^2 + 2$ ④ $y = -3(x+1)^2$

⑤ $y = -3(x-1)^2 - 1$

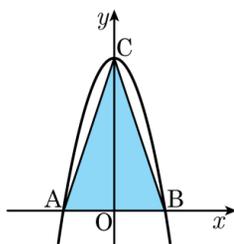
해설

① $y = (x-2)(x+1)$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = -1$

따라서 서로 다른 두 점에서 만난다.

14. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 9, 점 A 와 B

는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

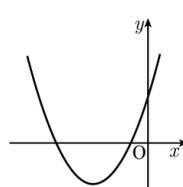
$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = -3, B = 3$$

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

15. $y = x^2 + ax - b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 일차함수 $y = bx + a$ 가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

해설

y축을 기준으로 그래프의 축이 왼쪽에 있으므로, 일차함수의 계수 a 는 이차항의 계수와 부호가 같다.

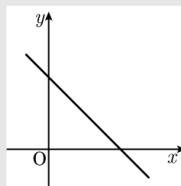
$$\therefore a > 0$$

그리고, 그래프가 y축과 만나는 점이 원점을 기준으로

x축보다 위에 있으므로

$$-b > 0 \quad \therefore b < 0$$

$y = bx + a$ 의 그래프는 $a > 0, b < 0$ 이므로 제 3 사분면은 지나지 않는다.



17. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

18. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4이므로

$$\frac{5+8+a+b}{4} = 4, a+b+13 = 16$$

$$\therefore a+b = 3 \cdots \text{㉠}$$

또, 분산이 7이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4} = 7$$

$$a^2+b^2-8(a+b)+49 = 28$$

$$\therefore a^2+b^2-8(a+b) = -21 \cdots \text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

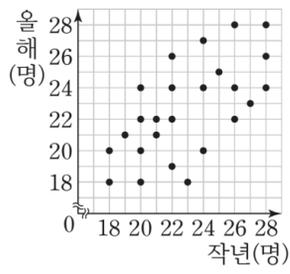
19. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $a+1, b+1, c+1, d+1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
- ② $a+3, b+3, c+3, d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
- ③ $2a+3, 2b+3, 2c+3, 2d+3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
- ④ $4a+7, 4b+7, 4c+7, 4d+7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

- ② $a+3, b+3, c+3, d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
→ $a+3, b+3, c+3, d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3만큼 크다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.
→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3배이다.

20. 그림은 댄스 동아리 회원 25명의 작년과 올해의 체질량 지수를 조사하여 나타낸 산점도이다. 작년과 올해 체질량 지수에 변화가 없는 회원 수는 전체의 몇 %인지 구하시오.

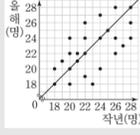


▶ 답:

▷ 정답: 28%

해설

작년과 올해 체질량 지수에 변화가 없는 회원 수는 산점도에서 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



21. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
- ② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
- ③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
- ④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
- ⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

① $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$$

② $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$$

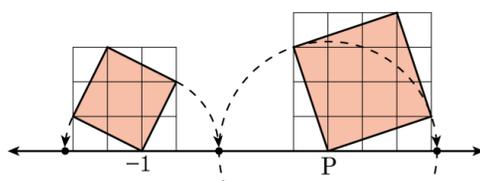
③ $b < a$ 이므로

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$$

⑤ $b < 2$ 이므로

$$\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$$

22. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



- ① $-1 - \sqrt{5} - \sqrt{10}$ ② $-1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}$
 ③ $-1 - \sqrt{5} + \sqrt{10}$ ④ $-1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$
 ⑤ $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

해설

$$P = -1 + \sqrt{9-4} + \sqrt{16-6} = -1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

23. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉣ $x^2 - 4x + 4$

㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

24. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$ ($xy \neq 0$) 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

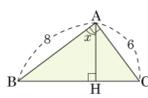
$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x = -2y$ 를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

25. 다음 그림에 대하여 $\sin x + \cos x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{5}$

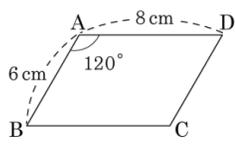
해설

$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다.

직각삼각형 ABC 와 직각삼각형 HBA 는 서로 AA 닮음이므로 $\angle BAH = \angle ACH$ 이다.

따라서 $\sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}$ 이고, $\sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ 이다.

26. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 대각선 BD의 길이를 구하여라.

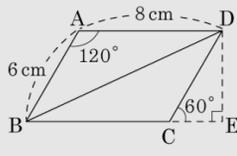


▶ 답: cm

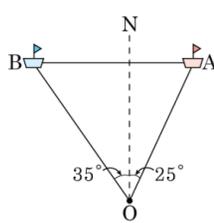
▶ 정답: $2\sqrt{37}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{DE} &= 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (cm)} \\ \overline{CE} &= 6 \cos 60^\circ = 3 \text{ (cm)} \\ \overline{BE} &= 8 + 3 = 11 \text{ (cm)} \\ \text{따라서 직각삼각형 BED에서} \\ \overline{BD} &= \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{BE}^2} \\ &= \sqrt{27 + 121} \\ &= \sqrt{148} \\ &= 2\sqrt{37} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



27. 같은 시각에 O 지점을 출발한 A, B 두 배가 있다. A는 시속 10km로 북동쪽 25°의 방향으로 가고, B는 시속 8km로 북서쪽 35°의 방향으로 갔다. O 지점을 출발한지 1시간 30분 후에 두 배 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답: km

▷ 정답: $3\sqrt{21}$ km

해설

1시간 30분 후의 두 배의 위치를 점 A, B라 하고, 점 B에서 \overline{OA} 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OA} = 10 \times 1.5 = 15 \text{ (km)}$$

$$\overline{OB} = 8 \times 1.5 = 12 \text{ (km)}$$

$$\overline{BH} = 12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (km)}$$

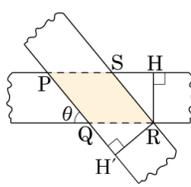
$$\overline{OH} = 12 \cos 60^\circ = 6 \text{ (km)}$$

$$\therefore \overline{AH} = 15 - 6 = 9 \text{ (km)}$$

$\triangle BHA$ 는 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2} \\ &= \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} \\ &= 3\sqrt{21} \text{ (km) 이다.} \end{aligned}$$

28. 다음 그림과 같이 폭이 1로 일정한 두 종이 테이프가 θ 의 각을 이루며 겹쳐 있을 때, $\square PQRS$ 의 넓이를 구하여라.



- ㉠ $\frac{1}{\sin \theta}$ ㉡ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ ㉢ $\sin \theta$
 ㉣ $\frac{1}{1 - \cos \theta}$ ㉤ $\frac{1}{(1 - \cos \theta)^2}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

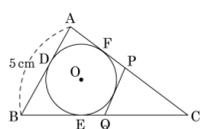
점 R에서 \overrightarrow{PS} , \overrightarrow{PQ} 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면 $\triangle QRH'$ 에서 $\angle RQH' = \theta$ 이므로

$$\overline{QR} = \frac{\overline{RH'}}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \text{이다. 또, } \triangle SRH \text{에서}$$

$$\angle RSH = \theta \text{이므로 } \overline{SR} = \frac{\overline{RH}}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\begin{aligned} \therefore \square PQRS &= \overline{QR} \times \overline{SR} \times \sin \theta \\ &= \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} \times \sin \theta = \frac{1}{\sin \theta} \end{aligned}$$

29. 다음 그림과 같이 둘레의 길이가 20cm 인 삼각형 ABC 에 원 O 가 내접해 있다. D, E, F 는 접점이고 PQ 는 이 원의 접선이다. AB = 5cm 일 때, $\triangle CPQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 10cm

해설

\overline{PQ} 와 원 O 의 접점을 R 이라 하면
 $\overline{PR} = \overline{PF}$, $\overline{QR} = \overline{QE}$ 이므로 $\triangle CPQ$ 의 둘레의 길이는 $2\overline{CF}$ 이다.

$\overline{AF} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$2\overline{CF} = \overline{AC} + \overline{BC} - \overline{AB}$, $2\overline{CF} = \overline{AC} + \overline{BC} - 5$

이때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이가 20cm 이므로

$\overline{AC} + \overline{BC} + 5 = 20$

$\therefore \overline{AC} + \overline{BC} = 15\text{cm}$

$\therefore 2\overline{CF} = 15 - 5 = 10\text{cm}$

따라서 $\triangle CPQ$ 의 둘레의 길이는 10cm 이다.

