

1. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4

② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4

③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4

④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4

⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

2. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x-2)^2 + 1$$

최댓값 $m = 1$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x+3)^2$$

최솟값 $n = 0$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

3. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.

주어진 구간의 양 끝값을 구하면,

$$x = -3 \text{ 일 때 } y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$$

$$x = 1 \text{ 일 때 } y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

4. 두 함수 $f(x) = x^2 - 6x - 5$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $F(x) = f(g(x))$ 라 정의하자.

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $F(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 48

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 80

해설

$t = g(x) = 3x + 2$ 라 놓으면

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-4 \leq t \leq 11 \cdots \textcircled{7}$

$$F(x) = f(t) = t^2 - 6t - 5 = (t - 3)^2 - 14$$

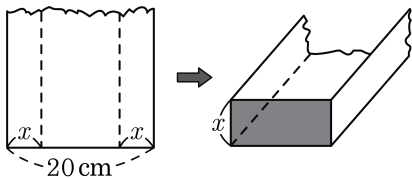
$\textcircled{7}$ 의 범위에서

$t = 3$ 일 때 $m = -14$

$t = 11$ 일 때 $M = 50$

$$\therefore M - m = 50 - (-14) = 64$$

5. 그림과 같이 너비가 20 cm 인 철판의 양쪽을 접어 물받이를 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되게 하려면 높이를 몇 cm 로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 5 cm

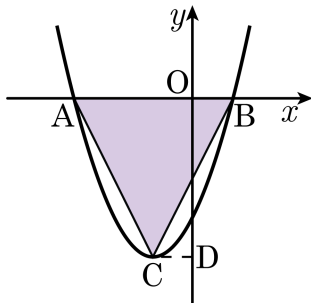
해설

색칠한 부분의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(20 - 2x) \\ &= -2x^2 + 20x \\ &= -2(x - 5)^2 + 50 \end{aligned}$$

따라서 높이는 5 cm 로 해야 한다.

6. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

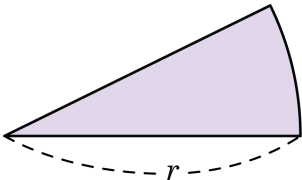
$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

7. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

8. 어떤 수공예 업자가 만든 수공예품의 원가는 15000 원이다. 시장 조사를 하였던니 정가를 25000 원으로 하면 하루에 200 개를 팔 수 있고, 500원씩 정가를 내릴 때마다 20개씩 더 팔 수 있다고 한다. 최대 이윤을 얻으려면 정가를 얼마로 해야 하는가?

- ① 22500 원 ② 23000 원 ③ 23500 원
 ④ 24000 원 ⑤ 24500 원

해설

한 개의 이윤을 x 원이라 하면

팔리는 제품의 개수는

$$200 + \frac{10000 - x}{500} \times 20 = 600 - \frac{x}{25}$$

총 이윤을 p 라 하면

$$p = x \left(600 - \frac{x}{25} \right) = -\frac{x^2}{25} + 600x$$

$$= -\frac{1}{25}(x^2 - 15000x)$$

$$= -\frac{1}{25}(x - 7500)^2 + 2250000$$

따라서 한 개의 이윤이 7500 원일 때,
 최대 이윤을 얻을 수 있으므로 정가는
 $15000 + 7500 = 22500$ (원)

9. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ **답:** 초

▶ **중**: m

▶ 정답 : 6초

▶ 정답 : 240 m

해설

$$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

10. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

11. 삼차방정식 $x^3 + x - 2 = 0$ 의 해를 구하면?

① $1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

② $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

③ $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ -1

⑤ 1

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+2)=0$$

$$x^2+x+2=0 \text{ 의 근 : } \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\therefore \text{ 해 : } 1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

12. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\ x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x-1)(x+1)(x+3) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x-1)(x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x-1)^2(x-2) = 0$

$\therefore 1, 2$

$\therefore$ 공통근 : $x = 1$

13. 방정식 $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$ 의 모든 근의 합은?

① 1

② 0

③ -1

④ -2

⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

14. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 16 = 0$$

① 4

② -4

③ -2

④ $1 + i$

⑤ $1 - i$

해설

$x^2 - 2x = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$X^2 - 6X - 16 = 0, (X - 8)(X + 2) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } X = -2$$

(i) $X = 8$ 일 때 $x^2 - 2x = 8$ 에서 $(x - 4)(x + 2) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

(ii) $X = -2$ 일 때 $x^2 - 2x = -2$ 에서 $x^2 - 2x + 2 = 0$

$$\therefore x = 1 \pm i$$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 4$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1 \pm i$

15. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

16. 사차방정식 $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

① $1 + i$

② i

③ 0

④ -1

⑤ 24

해설

$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 라 하면

$$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -4$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

이 때, α, β 는 허근이므로

$$\alpha = 2i, \beta = -2i \text{ 또는 } \alpha = -2i, \beta = 2i$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$$

17. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) \ t = 4 \text{ 일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) \ t = 9 \text{ 일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

18. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$

19. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

20. x 에 관한 삼차방정식 $2x^3 + ax^2 - bx + 3 = 0$ 의 한 근이 1이고, $a + b + 1 = 0$ 일 때, 나머지 근을 모두 구하면?

① -3

② -1, 2

③ -1, 3

④ -1, $\frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{1}{2}$, 3

해설

한 근이 1이므로 주어진 식에 $x = 1$ 을 대입하면

$$2 + a - b + 3 = 0, a - b = -5$$

주어진 조건인 $a + b + 1 = 0$ 과 연립하여 풀면

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(2x^2 - x - 3) = 0$$

$$(x - 1)(2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, \frac{3}{2}, -1$$