

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 150 에 가장 가까운 9 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150 에 가장 가까운 9 의 배수는 153 이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

- ①

$\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$
- ②

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$
- ③

$\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$
- ④

$\frac{1}{2^2 \times 3^2}$
- ⑤

$\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

5. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 12와 같다.
- ② 밑은 4이다.
- ③ 지수는 3이다.
- ④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.

⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

6. 다음 중 30이하의 소수가 아닌 것은?

- ① 11 ② 17 ③ 23 ④ 27 ⑤ 29

해설

30이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

8. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

9. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18

② 30

③ 45

④ 60

⑤ 72

해설

$$\begin{aligned}7200 &= 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \\ \therefore 2 \times 3 \times 5 &= 30\end{aligned}$$

10. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

11. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

12. 다음은 나예빠가 넉멧저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 넉멧저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 넉멧저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답: 시

▶ 정답 : 3시

해설

2^4 의 약수는 $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4$ 이고 3^3 의 약수는 $1, 3, 3^2, 3^3$ 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3, 8 = 2^3, 100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 년멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

13. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③ $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

14. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

15. 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $5 \times a + 5 = 100$, $5 \times a = 95$ 이므로 $a = 19$ 이다.

16. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

17. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ 를 $2^x \times 3^y \times 5^z$ 라 할 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \text{ 이므로}$$

$$x = 4, y = 3, z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 4 + 3 + 2 = 9$$

18. 다음 보기 중 약수가 2 개뿐인 수를 골라라.

보기

㉠ 1	㉡ 33	㉢ 55
㉣ 149	㉤ 144	

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 149 이다.

19. 63를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

20. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

$$3$$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

21. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

22. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

23. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

24. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

25. $\times 3^3$ 은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중 안에 알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

= a (a 는 소수),

가장 작은 소수는 2 ,

$\therefore$ = 2

26. $2 \times 3 \times \square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 \times 3 \times a^n$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \therefore n = 1$$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

27. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.

28. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다. x 를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$ 이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

29. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다. 암호 숫자를 구하여라.

To, 인진
인진아, 오른쪽 숫자판에서
소수가 적힌 칸을 모두 색칠하면
암호 숫자가 나타난대,
한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

30. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$
- ② $14 = 3 + 11$
- ③ $16 = 5 + 11$
- ④ $18 = 7 + 11$
- ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

31. 80 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$80 = 2^4 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

32. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 $\square$ 안에 들어갈 수는?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로
약수의 개수는
 $(2 + 1) \times (\square + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)
 $\therefore \square = 2$

33. 810 의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

34. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

35. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.