1. 두 점 A(−2, 1), B(4, 7) 의 중점의 좌표는?

① $M\left(\frac{1}{2}, 4\right)$　② $M(1, 2)$　③ $M(1, 4)$
④ $M\left(1, \frac{3}{2}\right)$　⑤ $M(2, 2)$

해설

중점 M의 좌표 $M(x,\ y)$ 라 하면
$x = \frac{-2+4}{2} = 1$,$y = \frac{1+7}{2} = 4$
따라서 M(1, 4)

2. A(a, 8), B(b, a), C(5, b) 인 △ABC 의 무게중심이 G(a, 3) 일 때, 선분 BG 의 길이는?

① 2 ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{34}$

해설

$\dfrac{a+b+5}{3} = a$, $\dfrac{8+a+b}{3} = 3$

$\therefore a = 2$, $b = -1$

따라서 $\overline{\mathrm{BG}} = \sqrt{(2+1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10}$

3. 네 점 $\mathrm{O}(0,0), \mathrm{A}(-3,0), \mathrm{B}(4,0), \mathrm{C}(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$　② $\frac{4}{7}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle$AOC와 $\triangle$BOC의 높이가 같으므로
$\triangle$AOC와 $\triangle$BOC의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.
$\overline{\mathrm{AO}} : \overline{\mathrm{BO}} = 3 : 4$이므로 $\triangle$AOC의 넓이는 $\triangle$BOC의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

4. 기울기가 -2 이고 x 절편이 4 인 직선의 y 절편은?

① -4　② -13　③ 3　④ 5　⑤ 8

해설

기울기가 -2 인 직선의 방정식을
$y=-2x+b$ 라 하면 이 직선의 x 절편이
4 이므로 $0=(-2)\times 4+b$
$\therefore b=8$
따라서, 직선의 방정식은 $y=-2x+8$ 이므로
y 절편은 8 이다.

5. 두 점 $(1,\ 3)$, $(a,\ 5)$ 를 지나는 직선의 기울기가 3일 때, a 의 값은?

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$\frac{5-3}{a-1}=3$ 에서 $a=\frac{5}{3}$

6. 두 점 A$(-3,\ 6)$, B$(2,\ -3)$을 잇는 선분 AB가 x축과 만나는 교점을 P라 할 때, 점 P의 좌표는?

① P$(1,\ 0)$ ② P$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ ③ P$\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$
④ P$\left(-\frac{1}{3},\ 0\right)$ ⑤ P$\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$

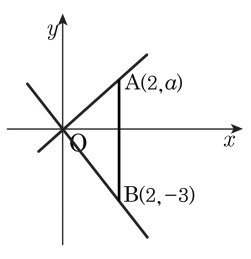
해설

$y-6=\frac{-3-6}{2-(-3)}(x+3)$, $y=-\frac{9}{5}x+\frac{3}{5}$

$\therefore y=0$ 일 때

$x=\frac{1}{3}$ 이므로 P$\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$

7. 다음 그림과 같이 원점과 점 A(2, a) 를 지나는 직선의 기울기를 m_1, 원점과 점 B(2, -3) 을 지나는 직선의 기울기를 m_2 라 하자. $m_1 \times m_2 = -1$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{2}{3}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{5}{2}$

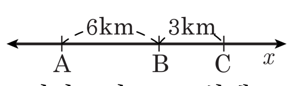
해설

$m_1 = \frac{a}{2}$, $m_2 = -\frac{3}{2}$

$m_1 \times m_2 = \frac{a}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$ 이므로,

$\therefore\ a = \frac{4}{3}$

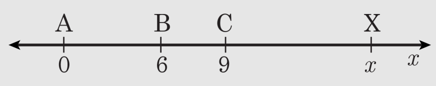
8. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6 km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3 km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?



① 6 km ② 9 km ③ 12 km
④ 15 km ⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)
A마을과 X마을 사이의 거리는
C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로
$|x-0| = 2|x-9|$
곧, $|x| = 2|x-9|$
$\therefore\ 2(x-9) = \pm x$
$\therefore\ x = 6$ 또는 $x = 18$
여기서 $x = 6$이면 X = B가 되므로 성립하지 않는다.
따라서 $x = 18$
이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12$(km)

9. 세 점 $\mathrm{A}(2,1)$, $\mathrm{B}(4,3)$, $\mathrm{C}(a,0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$가 성립할 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(a-2)^2+1^2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(a-4)^2+3^2}$

$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2$

$(a-2)^2+1=(a-4)^2+9$

$4a=20$

$\therefore\ a=5$

10. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{A}$가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CA}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 \cdots$ ㉠
이때, 세 점 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$에 대하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (-1-a)^2 + (-5-3)^2 = a^2 + 2a + 65$

$\overline{\mathrm{CA}}^2 = (a-3)^2 + (3-7)^2 = a^2 - 6a + 25$

$\overline{\mathrm{BC}}^2 = (3+1)^2 + (7+5)^2 = 160$ 이므로
㉠에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
$\therefore\ a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

11. 네 점 $A(1,4)$, $B(-2,-3)$, $C(x,y)$, $D(6,7)$를 네 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 되도록 하는 점 C의 좌표는?

① $C(-1,\ 2)$　② $C(3,\ 0)$　③ $C(3,\ 4)$
④ $C(1,\ -1)$　⑤ $C(0,\ 0)$

해설

평행사변형의 대각선의 성질에 의해 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 중점이 일치하므로

$$\left(\frac{6-2}{2},\ \frac{7-3}{2}\right)=\left(\frac{x+1}{2},\ \frac{y+4}{2}\right)$$

$$(2\ ,\ 2)=\left(\frac{x+1}{2},\ \frac{y+4}{2}\right)$$

$\therefore\ x=3\ ,\ y=0$

$\therefore\ C(3,0)$

12. 두 점 $\mathrm{A}(3,2)$, $\mathrm{B}(a,b)$를 지나는 직선이 직선 $x+2y-3=0$과 직교하고, 그 교점은 선분 AB를 $2:1$로 내분한다. 이때, $3a+b$의 값은?

① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3}=2$$

$b-2=2(a-3)$, $b=2a-4\cdots\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:1$로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3}+2\,\frac{2b+2}{3}-3=0,$$

$a+2b-1=0\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{9}{5}$, $b=-\frac{2}{5}$

$\therefore\ 3a+b=5$

13. 두 직선 $x+y=3$, $mx-y+2m-5=0$이 제 1사분면에서 만날 때, m의 값의 범위는?

① $-2<m<2$　② $-2<m<3$　③ $-1<m<2$
④ $1<m<4$　⑤ $0<m<3$

해설

$mx-y+2m-5=0\cdots$①에서
$m(x+2)-(y+5)=0$이므로
위의 직선은 m의 값에 관계없이
점 $(-2,-5)$를 지나고, 기울기 m인 직선이다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서
만나기 위해서는 직선 ①이 $(3,0)$과 $(0,3)$을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.
직선 ①이 $(3,0)$을 지날 때 $m=1$이고
$(0,3)$을 지날 때 $m=4$이므로
따라서 $1<m<4$

14. 복소수 $z = a+bi$를 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에 대응시킬 때, $(2-3i)z$가 실수가 되게 하는 점 P가 그리는 도형은? (단, a, b는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 원
② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선
④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$(2-3i)z = (2-3i)(a+bi)$
$= (2a+3b) + (2b-3a)i \cdots ㉠$

㉠이 실수이려면 $2b = 3a$

$\therefore\ b = \frac{3}{2}a$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

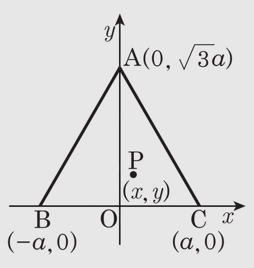
15. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 을 만족시키는 점 P 의 자취는 어떤 도형을 그리는가?

① 삼각형　　② 직선　　③ 선분

④ 원　　⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC 의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C 의 좌표를 $\mathrm{C}(a, 0)$ 이라고 두면, $\mathrm{B}(-a, 0)$, $\mathrm{A}(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P 의 좌표를 $\mathrm{P}(x, y)$ 라 하면

$2\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 이므로

$2\left\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\right\}$

$= (x+a)^2 + y^2 + (x-a)^2 + y^2$

정리하여 간단히 하면, $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

$\therefore$ 직선

16. 세 점 $A(-1,\ 0)$, $B(2,\ -3)$, $C(5,\ 3)$에 대하여 등식 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P 의 자취의 방정식은 $ax+y+b=0$이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 $(x,\ y)$ 라 하면
주어진 조건에서,
$(x+1)^2+y^2+(x-2)^2+(y+3)^2$
$=2\{(x-5)^2+(y-3)^2\}$
$2x^2-2x+2y^2+6y+14$
$=2(x^2-10x+y^2-6y+34)$
$18x+18y-54=0$
$\Rightarrow\quad x+y-3=0$
$\therefore\ a+b=1+(-3)=-2$

17. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 P(x, y)라 하면

$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로

$x^2 + y^2$

$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$

$\therefore\ x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

18. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}^2}+\overline{\mathrm{BP}^2}$의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?

① (4, 5) ② (3, 4) ③ (2, 3)
④ (1, 2) ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 $\mathrm{P}(3,4)$

해설

$\mathrm{P}(x,\ y)$로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2 &= \{(x-1)^2+(y-5)^2\}\\ &\quad+\{(x-5)^2+(y-3)^2\}\\ &= 2x^2-12x+2y^2-16y+60\\ &= 2(x^2-6x+9)+2(y^2-8y+16)+10\\ &= 2(x-3)^2+2(y-4)^2+10\end{aligned}$$

따라서 $x=3,\ y=4$일 때 최솟값을 갖는다.

19. 세 점 $A(-1,1)$, $B(-k,2)$, $C(k+1,6)$이 같은 직선 위에 있을 때, 상수 k의 값은?

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$$\frac{2-1}{-k+1}=\frac{6-1}{k+1+1}$$

$\Rightarrow \quad \therefore\ k=\frac{1}{2}$

20. 두 직선 $2x-y-1=0$, $3x+2y-3=0$의 교점을 지나고 직선 $2x-3y+1=0$에 평행한 직선은?

① $y=3x-\frac{12}{7}$ ② $y=3x+\frac{12}{7}$ ③ $y=3x+\frac{1}{21}$
④ $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{21}$ ⑤ $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{21}$

해설

$\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 3x+2y-3=0 \end{cases}$ 을 연립하면

$(x,\ y)=\left(\frac{5}{7},\ \frac{3}{7}\right)$

$2x-3y+1=0$과 평행한 임의의 직선은
$2x-3y+c=0$이고
$\left(\frac{5}{7},\ \frac{3}{7}\right)$를 대입하면

$\therefore\ c=-\frac{1}{7}$

$2x-3y-\frac{1}{7}=0$

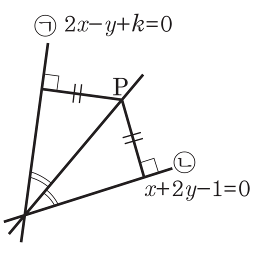
$\therefore\ y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{21}$

21. 두 직선 $2x-3y+3=0,\ 2x-3y-10=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$ ② 1 ③ $\sqrt{13}$
④ 13 ⑤ $13\sqrt{13}$

해설
두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서
다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.
$2x-3y+3=0$ 위의 임의의 한 점 $(0,\ 1)$에서
직선 $2x-3y-10=0$에 이르는 거리는
$\frac{|-3-10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$

22. 두 직선 $2x-y+k=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 P(3, 1)을 지날 때, 상수 k의 값의 합을 구하면?



① −2　　② 4　　③ −6

④ 8　　⑤ −10

해설

$2x-y+k=0 \quad \cdots$ ㉠

$x+2y-1=0 \quad \cdots$ ㉡

(점 P와 ㉠사이의 거리)= (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k|=4$$

$\Rightarrow 5+k=\pm 4 \Rightarrow k=-9$ 또는 $k=-1$

$\therefore k$ 의 합 : -10

23. 정점 A(1, 2)와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$　② $x-2y+5=0$　③ $3x-4y=0$
④ $x+2y+5=0$　⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면
$3a-4b-5=0 \cdots$ ㉠
$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면
$X=\dfrac{1+a}{2}$, $Y=\dfrac{2+b}{2}$
$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$
이것을 ㉠에 대입하면
$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$
$\therefore 6X-8Y=0$
$\therefore 3x-4y=0$

24. 점 Q가 직선 $2x+y-4=0$ 위를 움직일 때, 점 $\mathrm{A}(-2,3)$과 Q를 잇는 선분 AQ의 중점 P의 자취의 방정식은?

① $4x+2y-3=0$　② $2x+3y+1=0$
③ $4x-3y+1=0$　④ $x-4y-3=0$
⑤ $-x+y+2=0$

해설

점 $\mathrm{A}(-2,3)$, $\mathrm{Q}(x,\ y)$의 중점의 좌표를
$\mathrm{P}(X,\ Y)$ 라 하면,
$\mathrm{P}(X,\ Y)=\mathrm{P}\left(\frac{x-2}{2},\ \frac{y+3}{2}\right)$이므로
$X=\frac{x-2}{2}$, $Y=\frac{y+3}{2}$
$\therefore\ x=2X+2$, $y=2Y-3$
이것을 $2x+y-4=0$ 에 대입하면
$2(2X+2)+(2Y-3)-4=0$
$4X+2Y-3=0$
$\therefore\ 4x+2y-3=0$

25. 두 점 A $(-3,\ 4)$, B $(2,\ 6)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P와 y축 위의 점 Q의 좌표는?

① $P\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$, $Q\left(0,\ \frac{15}{4}\right)$
② $P\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$, $Q\left(0,\ \frac{15}{4}\right)$
③ $P\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$, $Q\left(0,\ \frac{1}{4}\right)$
④ $P\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$, $Q\left(0,\ \frac{7}{4}\right)$
⑤ $P\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$, $Q\left(0,\ \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 P $(a,\ 0)$라 하면
$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로
$\sqrt{(a+3)^2+(-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2+(-6)^2}$
Q의 좌표를 Q $(0,\ b)$라 하면
$\overline{AQ} = \overline{BQ}$에서
$\sqrt{3^2+(b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2+(b-6)^2}$
두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2},\ b = \frac{15}{4}$
$\therefore P\left(\frac{3}{2},\ 0\right),\ Q\left(0,\ \frac{15}{4}\right)$

26. x, y가 실수일 때, $\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}$ 의 최솟값은?

① $\sqrt{5}$　　② $2\sqrt{5}$　　③ $\sqrt{6}$　　④ $2\sqrt{6}$　　⑤ 5

해설

다음 그림에서

$\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}$ $+$

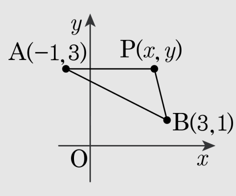
$\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}$

$=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$를 의미 하므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{AB}}$

그러므로 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(3+1)^2+(1-3)^2}=2\sqrt{5}$



27. 다음 도형의 방정식이 나타내는 세 도형이 서로 만나 삼각형을 이루고, 이 삼각형이 x 축에 아래쪽좌표평면에 놓이는 부분이 없을 때, a 의 값의 범위를 구하면? (단,$a > 0,\ a \neq 1$)

$y = ax, \quad y = -ax, \quad y = x + a$

① $a > \frac{1}{3}$ ② $a > \frac{2}{3}$ ③ $a > \frac{1}{2}$ ④ $a > 1$ ⑤ $a > \frac{3}{2}$

해설

세 직선의 방정식의 교점을 각각구하면,

$\Rightarrow \quad (0, 0), \ \left(-\frac{a}{a+1}, \frac{a^2}{a+1}\right), \left(\frac{a}{a-1}, \frac{a^2}{a-1}\right)$

x 축 아래로 놓이는 부분이 없으려면,

교점의 y 좌표가 0 보다 크거나 같아야 한다.

$a + 1 > 0, \quad a - 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad a > 1$

28. 점 $(1,\ -1)$ 에서 직선 $ax+by=0(a\neq 0,\ b\neq 0)$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 의 관계를 바르게 설명한 것은?

① $a-b=0$　② $a-b=\sqrt{2}$　③ $a+b=0$

④ $ab=0$　⑤ $ab=\sqrt{2}$

해설

$$\frac{|a\times 1+b\times(-1)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$|a-b|=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$

양변을 제곱하면 $a^2-2ab+b^2=2a^2+2b^2$

$a^2+2ab+b^2=0,\ (a+b)^2=0$

따라서 $a+b=0$

29. 점 $(1,2)$ 와 직선 $x+2y-1+k(2x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$　② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　⑤ $\sqrt{5}$

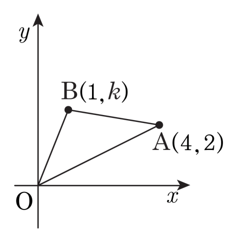
해설

점과 직선사이 거리 구하는 공식을 이용한다.

$$\frac{|2k+1+2(2-k)-1|}{\sqrt{(2k+1)^2+(2-k)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5k^2+5}}$$

$\therefore$ 최솟값은 $k=0$ 일 때, 분모는 $\sqrt{5}$, 즉 $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{A}(4,2)$, $\mathrm{B}(1,\mathrm{k})$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이가 4 일 때, 양수 k 의 값은?



① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3

④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

직선 OA 의 방정식은 $x-2y=0$ 이다.

점 $\mathrm{B}(1,\mathrm{k})$ 에서 직선 $x-2y=0$ 까지의 거리

h 는 $h=\frac{|1\times1-2\times k|}{\sqrt{1+4}}=\frac{|1-2k|}{\sqrt{5}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}}=2\sqrt{5}$

$\triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\frac{|1-2k|}{\sqrt{5}}=4$

$\therefore\ k=\frac{5}{2}\ (\because k>0)$