

1.  $x, y$  에 대한 이차방정식  $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$  이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수  $k$  값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x-k)^2 + (y+k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k-1)(k-3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

2. 원  $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선  $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수  $k$ 의 값의 범위를 구하면?

- ①  $-2 < k < 2$       ②  $0 < k < 4$       ③  $-4 < k < 0$   
④  $-2 < k < 0$       ⑤  $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리  $d$ 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가  $2\sqrt{2}$  이므로  
원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면  $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

3. 원  $x^2 + y^2 = 4$  에 접하고 직선  $y = \frac{1}{2}x + 1$  에 수직인 직선의  $y$  절편은?

①  $\pm\sqrt{2}$

②  $\pm\sqrt{3}$

③  $\pm\sqrt{5}$

④  $\pm 2\sqrt{3}$

⑤  $\pm 2\sqrt{5}$

해설

직선  $y = \frac{1}{2}x + 1$  에 수직인 직선의 기울기는  $-2$

원  $x^2 + y^2 = 4$  에 접하는 기울기가  $-2$  인

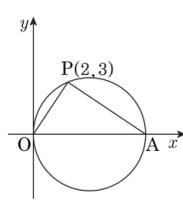
직선의 방정식은  $y = -2x \pm 2\sqrt{(-2)^2 + 1}$

$\therefore y = -2x \pm 2\sqrt{5}$

따라서 구하는 직선의  $y$  절편은  $\pm 2\sqrt{5}$

4. 다음 그림과 같이 선분 OA 를 지름으로 하는 원 위에 한 점 P(2, 3) 이 있다. 이 때, 점 A 의 x 좌표를 구하면?

- ①  $\frac{9}{2}$       ②  $\frac{11}{2}$       ③  $\frac{13}{2}$   
 ④  $\frac{15}{2}$       ⑤  $\frac{17}{2}$



**해설**

점 A 의 x 좌표를  $a$  라 하면  
 삼각형 OAP 가 직각삼각형이므로,  
 $a^2 = (2^2 + 3^2) + (a - 2)^2 + 3^2$   
 $a^2 = a^2 - 4a + 26$   
 따라서  $a = \frac{13}{2}$

**해설**

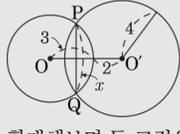
반원의 원주각은  $90^\circ$  이므로  $\angle OPA = 90^\circ$   
 따라서, 직선 OP 와 직선 AP 의 기울기의 곱은  $-1$  이다.  
 점 A 좌표를  $(a, 0)$  이라 하면  
 $\frac{3-0}{2-a} \times \frac{3}{2} = -1, 2a-4=9$   
 따라서  $a = \frac{13}{2}$   
 A 의 x 좌표는  $\frac{13}{2}$  이다.

5. 두 원 O와 O'의 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm이고 중심거리가 5cm일 때, 두 원의 공통현의 길이를 구하면?

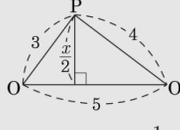
- ① 4      ② 4.2      ③ 4.4      ④ 4.6      ⑤ 4.8

해설

$\overline{PQ}$ 를  $x$ 라 하면,



확대해보면 두 교점을 P, Q라 하면,



$$\text{삼각형의 넓이} : \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = \frac{24}{5} = 4.8$$