

1. 두 집합 $A = \{1, a\}$, $B = \{2, 3, a - 2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

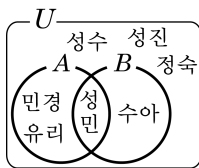
▷ 정답 : 3

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 $\{1, 3\} \subset \{1, a\}$, $\{1, 3\} \subset \{2, 3, a - 2\}$ 이다.
따라서 $a = 3$ 이다.

2. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $U = \{ \text{성수, 유리, 민경, 성민, 수아, 성진, 정숙} \}$
- ② $B^c = \{ \text{유리, 민경, 성수, 성진, 정숙} \}$
- ③ $A - B = \{ \text{유리, 민경} \}$
- ④ $B - A = \{ \text{수아, 성민} \}$
- ⑤ $(A \cup B)^c = \{ \text{성수, 성진, 정숙} \}$

해설

④ $B - A = \{ \text{수아} \}$

3. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2\}$

해설

$$A^c = \{2, 4\}, B^c = \{1, 2, 5\}, A^c \cap B^c = \{2\}$$

4. 어느 반의 시간표에서 화요일에 들어있는 과목은 모두 6과목, 금요일에 들어있는 과목은 모두 5과목, 화요일이나 금요일에 들어있는 과목이 9과목이다. 이 반의 화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목은 몇 과목인지 구하여라.



답:

과목



정답: 2과목

해설

화요일에 들어있는 과목의 집합을 A , 금요일에 들어있는 과목의 집합을 B 라고 하자. 화요일이나 금요일에 들어있는 과목의 집합은 $A \cup B$ 이고, $n(A \cup B) = 9$ 이다.

화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목의 집합은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 6 + 5 - 9 \\&= 2(\text{과목})\end{aligned}$$

따라서 화요일 금요일 공통으로 들어있는 과목은 2과목이다.

5. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 의 원소 x 에 Y 의 원소 y 가 다음 보기와 같이 대응될 때, 이 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x \rightarrow x + 1$

㉡ $x \rightarrow 2x - 1$

㉢ $x \rightarrow x^2 + 2$

① ㉠

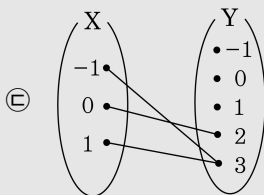
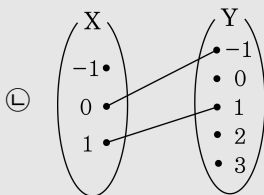
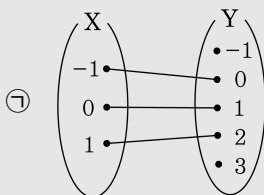
② ㉡

③ ㉢

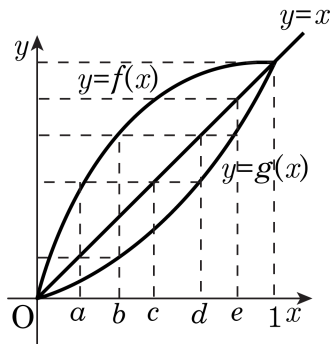
④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설



6. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

$$f(x) = d \quad \therefore x = b$$

$$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$$

$$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$$

$$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$$

7. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0\end{aligned}$$

8. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼

y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

9. 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는?

① 16

② 20

③ 24

④ 32

⑤ 36

해설

동전을 한 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 2 가지, 주사위를 한번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 6 가지 이므로
 $\Rightarrow 2 \times 2 \times 6 = 24$

10. a, b, x, y 가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때 $ax + by$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 16

해설

a, b, x, y 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

$$8 \times 2 \geq (ax + by)^2$$

$$\therefore -4 \leq ax + by \leq 4$$

$$(\text{최댓값}) \times (\text{최솟값}) = -16$$

11. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = -x^2 + x$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$, $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -47

② -35

③ 12

④ 37

⑤ 47

해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

12. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16

② -14

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$f(x) = -3x + k, g(x) = 2x + 4 \text{에서}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \textcircled{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \textcircled{㉡}\end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$

$$\therefore k = -16$$

13. 자연수 전체의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 라 할 때, 다음 중 집합 $(N_2 \cup N_4) \cap N_3$ 와 같은 집합은?

① N_2

② N_6

③ N_8

④ N_{12}

⑤ N_{24}

해설

N_2 는 2의 배수의 집합이고, N_4 는 4의 배수의 집합이므로 $N_4 \subset N_2$

$$\therefore N_2 \cup N_4 = N_2$$

또, N_3 은 3의 배수의 집합이므로 $N_2 \cap N_3$ 는 2의 배수이면서 3의 배수의 집합이다.

$$\therefore N_2 \cap N_3 = N_6$$

$$\therefore (N_2 \cup N_4) \cap N_3 = N_2 \cap N_3 = N_6$$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \Delta \emptyset = A$

② $A \Delta U = A^c$

③ $\emptyset \Delta U = \emptyset$

④ $A \Delta A = \emptyset$

⑤ $A \Delta A^c = U$

해설

① $A \Delta \emptyset = A \cup \emptyset = A$

② $A \Delta U = \emptyset \cup A^c = A^c$

③ $\emptyset \Delta U = \emptyset \cup U = U$

④ $A \Delta A = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \Delta A^c = A \cup A^c = U$

15. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset$, $n(U) = 30, n(B \cup C) = 17, n(A^c \cap B^c \cap C^c) = 8$ 일 때, $n(A)$ 의 값은?

① 5

② 7

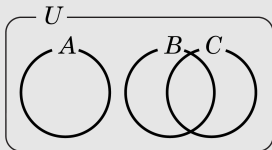
③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B) = n(A \cap C) = 0$ 이고,
벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$n(A^c \cap B^c \cap C^c) = n((A \cup B \cup C)^c) = 8$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(U) - n((A \cup B \cup C)^c) \\ &= 30 - 8 = 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A) &= n(A \cup B \cup C) - n(B \cup C) \\ &= 22 - 17 = 5 \end{aligned}$$

16. 다음 중 조건 p, q 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓인 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

① $p : x = 1, \quad q : x^2 - 3x + 2 = 0$

② $p : x^2 = 1, \quad q : |x| = 1$

③ $p : x, y$ 는 홀수이다.
 $q : x + y$ 는 짝수이다.

④ 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $p : A \cup C = B \cup C, \quad q : A = B$

⑤ $p : \square ABCD$ 는 마름모이다.
 $q : \square ABCD$ 는 평행사변형이다.

해설

① $x = 1$ 이면 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이므로 참이다.

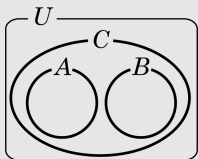
② $x^2 = 1$ 이면 $x = -1, 1$ 이므로

$$|x| = |-1| = |1| = 1$$

따라서, 주어진 명제는 참이다.

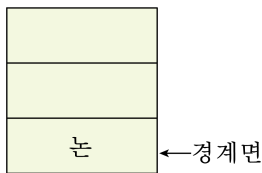
③ $x = 2m + 1, y = 2n + 1$ (m, n 은 정수) 이라 하면 $x + y = (2m + 1) + (2n + 1) = 2(m + n + 1)$ 이므로 참이다.

④ (반례) 벤 다이어그램에서 $A \subset C$ 이고 $B \subset C$ 이면 $A \cup C = B \cup C$ 이지만 $A \neq B$ 이다.



⑤ 마름모는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.
 따라서, 주어진 명제는 참이다.

17. 한 농부가 다음 그림과 같이 바깥쪽으로 철조망을 치고 안쪽에 2개의 철조망을 설치하여 세 개의 직사각형 모양의 논의 경계선을 만들려고 한다. 논 바깥쪽 경계를 표시하는 철조망은 1m에 3만원, 논 안쪽의 경계를 표시하는 철조망은 1m에 1만원의 비용이 든다면 넓이가 27m^2 인 논의 경계선을 만들 때의 최소비용은? (단, 철조망 두께는 생각하지 않는다)



- ① 70만원 ② 71만원 ③ 72만원
 ④ 73만원 ⑤ 74만원

해설

논의 세로의 길이를 x 라 하면

가로 길이는 $\frac{27}{x}$ m이므로

총 비용은

$$3 \times 2x + 3 \times \frac{27}{x} \times 2 + \frac{27}{x} \times 2$$

$$= 6x + \frac{162}{x} + \frac{54}{x}$$

$$= 6x + \frac{216}{x}$$

$$\geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{216}{x}}$$

$$= 2\sqrt{1296} = 2 \times 36 = 72$$

$\therefore$ 최소비용은 72만 원

18. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 10 \text{ 이므로 } 100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

$$\therefore M = 10, m = -10$$

$$\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$$

19. 집합 $X = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중 일대일대응이 아닌 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

X 에서 X 로의 함수의 총 개수에서
 X 에서 X 로의 일대일대응의 개수를
제외하면 된다.

X 에서 X 로의 함수의 총 개수 : $3^3 = 27$

X 에서 X 로의 일대일대응의 개수

: $3 \times 2 \times 1 = 6(\text{개})$

$\therefore 27 - 6 = 21(\text{개})$

20. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

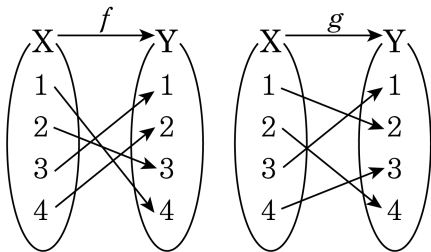
$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(x)) &= f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 \\ &= 25x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

21. 두 함수 f, g 가 아래 그림과 같이 정의될 때, $g = h \cdot f$ 를 만족시키는 함수 h 에 대하여 $h(2)$ 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$g = h \cdot f$ 이고 함수 f 는 일대일대응이므로
역함수가 존재한다.

$$\therefore g \cdot f^{-1}$$

$$= (h \cdot f) \cdot f^{-1} = h \cdot (f \cdot f^{-1})$$

$$= h \cdot I = h$$

$$\therefore h(2) = (g \cdot f^{-1})(2)$$

$$= g(f^{-1}(2))$$

$$= g(4) (\because f^{-1}(2) = 4)$$

$$\therefore g(4) = 3$$

22. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$$M + m = 7 + 1 = 8$$

23. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$

㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$

㉣ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.

㉤ $4 - 3 = 1$

24. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 150

② 171

③ 180

④ 187

⑤ 210

해설

0이 반드시 포함된 경우라는 것은 0이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.

세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9가지, 십의 자리 수는 10가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900가지

여기에서 여사건인 0이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다. 이것은 세 자리 수 모두 1에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.

$$\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$$

25. 3 자리 정수 100, 101, ..., 999 중에서 증가 또는 감소하는 서로 다른 세 개의 숫자로 이루어진 수의 개수는?

① 120

② 168

③ 204

④ 216

⑤ 240

해설

증가하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의 정수는 $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수와 같다.

$${}_9C_3 = 84$$

감소하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의 정수는 $\{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$ 에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수이다.

$${}_{10}C_3 = 120$$

따라서 구하는 수의 개수는 $84 + 120 = 204$