

1. 등식 $x^2 + 2x + 3 = a(x-1)^2 + bx + c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x-1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b-2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

2. $x + y + (2x - y)i = 2 + 7i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy = -3$

해설

$$x + y = 2, 2x - y = 7$$

$$\therefore x = 3, y = -1$$

$$\therefore xy = -3$$

3. 이차방정식 $(x-1)(x+3) = 7$ 의 해는?

- ① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$ ② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$ ③ $-2 \pm \sqrt{11}$
④ $-1 \pm \sqrt{11}$ ⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3) = 7, x^2 + 2x - 3 - 7 = 0,$$
$$x^2 + 2x - 10 = 0$$

근의 공식에 의해 $x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 10} = -1 \pm \sqrt{11}$

4. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{A}$

\textcircled{A} 의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{B}$

따라서 \textcircled{B} 의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

5. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

- ① 3, 4 ② 5, 6 ③ 6 ④ 6, 7 ⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

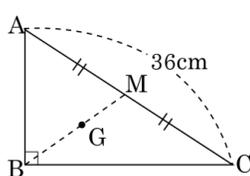
만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

6. $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 \overline{AC} 의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, \overline{BG} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: 12 cm

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$

한편, G는 무게중심이므로

$$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$$

7. 다음 중 x 절편이 -1 이고, y 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $x - 2y - 2 = 0$ ② $-x + 2y = 0$ ③ $x + y + 1 = 0$

④ $x + 2y + 2 = 0$ ⑤ $2x - y + 2 = 0$

해설

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow \therefore 2x - y + 2 = 0$$

8. 점 (2, 1)에서 직선 $y = x + 1$ 에 이르는 거리는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$y = x + 1$ 은 $x - y + 1 = 0$ 이다.

점(2, 1)에서 $x - y + 1 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|2 - 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

9. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,
 $2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$
 $\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$
이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로
 $11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$

10. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0, a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

11. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$ ② x 는 모든 실수
③ $x \neq 3$ 인 모든 실수 ④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &\leq 0 \\(x - 3)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 3\end{aligned}$$

12. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4, k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6, k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

13. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{}x^2 + \text{}x + \text{)} = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$ $x +$ $= A$ 라 하면

$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$

$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$

$\therefore A = x^2 + 2x - 1$ 이므로

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

14. 방정식 $x^2 - 2|x - 3| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

15. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ \alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ (\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ = \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ = (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ = 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9\end{aligned}$$

16. 연립이차방정식 $\begin{cases} 3x^2 + y = 6 \\ 9x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$ 를 만족시키는 x 값의 모두 더하

면?

- ① 0 ② 15 ③ 10 ④ -10 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} &9x^2 - y^2 = 0 \text{에 } 3x^2 + y = 6 \text{을 대입하면} \\ &9x^2 - (-3x^2 + 6)^2 = -9x^4 + 45x^2 - 36 = 0 \\ &x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \\ &\therefore x = \pm 1, \pm 2 \\ &\therefore x \text{의 합은 } +1 - 1 + 2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

17. 부등식 $|x+1| < 1+|2-x|$ -을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < 1$

해설

$|x+1| < 1+|2-x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$-(x+1) < 1+(2-x)$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$\therefore x < -1$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$x+1 < 1+2-x$

$\therefore 2x < 2$

$\therefore x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$x+1 < 1-(2-x)$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

18. 부등식 $(|x-1|)(|x-3|) < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$(|x-1|)(|x-3|) < 0$
 $1 < |x| < 3$ 에서 구간을 나누면
(i) $x \geq 0$ 일 때, $1 < x < 3$, 정수 : 2
(ii) $x < 0$ 일 때, $1 < -x < 3$,
 $-3 < x < -1$ 정수 : -2
 \therefore 정수의 개수 : 2개

19. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + 3(b+c)x - 10(b-c) < 0$ 의 해는?

- ① $x \leq -1$ ② $-1 < x < 0$ ③ $0 < x < 10$
④ $-1 < x < 10$ ⑤ $x > 10$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가
 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 이므로 $a > 0$
해가 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 이고
이차항의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+1)(x-2) > 0 \therefore x^2 - x - 2 > 0$
따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로
 $ax^2 + 3(b+c)x - 10(b-c) < 0$ 에 대입하면
 $x^2 - 9x - 10 < 0, (x+1)(x-10) < 0$
 $\therefore -1 < x < 10$

20. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1) = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(x) = k(x-\alpha)(x-\beta)$
 $f(4x-1)$ 는 $f(x)$ 의 x 대신 $4x-1$ 를 대입한 것과 같으므로
 $f(4x-1) = k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta) = 0$ 의 근은
 $x = \frac{\alpha+1}{4}, \frac{\beta+1}{4}$
 \therefore 두 근의 합은 $\frac{\alpha+1+\beta+1}{4} = \frac{6+2}{4} = 2$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$
 $f(4x-1) = 0$ 에서
 $4x-1 = \alpha, 4x-1 = \beta$
 $\therefore x = \frac{\alpha+1}{4}, x = \frac{\beta+1}{4},$
 \therefore 두 근의 합은 $\frac{\alpha+1+\beta+1}{4} = \frac{6+2}{4} = 2$

21. 두 대의 승용차 A, B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 v km로 달리고, 나머지 거리는 시속 u km로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 u km로 달리고 나머지 소요된 시간은 v km로 달린다고 한다. 승용차 A, B 의 평균 속력이 각각 x km/시, y km/시일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

$$\text{시간을 } t \text{ 라 하면 } t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u+v} = x$$

$$\text{승용차 } B \text{의 평균 속력은 } \frac{1}{2}(u+v) = y$$

$$y - x = \frac{1}{2}(u+v) - \frac{2uv}{u+v}$$

$$= \frac{(u+v)^2 - 4uv}{2(u+v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 + x + 1$ 의 그래프가 함수 $y = kx^2 + kx - 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 \leq k < 1$ ② $-2 < k \leq 3$ ③ $-7 < k \leq 1$
④ $1 < k \leq 5$ ⑤ $1 \leq k < 7$

해설

$x^2 + x + 1 > kx^2 + kx - 1$ 에서
 $(k-1)x^2 + (k-1)x - 2 < 0$
(i) $k-1=0$, 즉 $k=1$ 일 때
 $-2 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.
(ii) $k-1 \neq 0$, 즉 $k \neq 1$ 일 때
주어진 부등식이 항상 성립하려면 $k-1 < 0$
 $\therefore k < 1 \dots \text{㉠}$
한편, 이차방정식 $(k-1)x^2 + (k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (k-1)^2 + 8(k-1) < 0$ 에서
 $(k+7)(k-1) < 0$
 $\therefore -7 < k < 1 \dots \text{㉡}$
㉠, ㉡의 공통범위를 구하면 $-7 < k < 1$
(i), (ii) 에서 $-7 < k \leq 1$

23. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

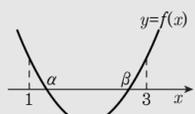
▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

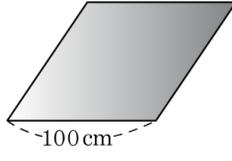
$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

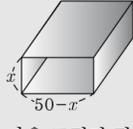
따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

24. 다음 그림과 같은 철판을 구부려서 직사각형의 철판 S를 만들고자 한다. S의 단면적의 최댓값은?



- ① 695 cm^2 ② 710 cm^2 ③ 625 cm^2
 ④ 525 cm^2 ⑤ 410 cm^2

해설



다음 그림과 같이 단면적이 직사각형이 되도록 철판으로 구부리면 단면적 S는

$$S = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

$$= -(x - 25)^2 + 625$$

∴ $x = 25$ 일 때, S의 최댓값은 625 cm^2

25. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 가 절대부등식이 되기 위한 실수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$
- ② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$
- ③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$
- ④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$
- ⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

i) 서로 다른 두 실근을 가지려면,
 $D' = k^2 - (2k + 4) > 0$ 이므로
 $k^2 - 2k - 4 > 0$
 $k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $k > 1 + \sqrt{5}$... ①

ii) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 이 절대부등식이 되려면
 $D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0$ 이므로 $(k + 2)(k - 6) \leq 0$
 $-2 \leq k \leq 6$... ②

①, ②의 공통범위는
 $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$