

1. 세 직선 $3x - y - 1 = 0$, $7x + ay - 4 = 0$, $5x + y - 15 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 & \dots \textcircled{A} \\ 5x + y - 15 = 0 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

①과 ②을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 5$

즉, 세 직선은 점 $(2, 5)$ 에서 만난다.

$7x + ay - 4 = 0$ 에 점 $(2, 5)$ 를 대입하면

$14 + 5a - 4 = 0$ 에서 $a = -2$

2. 일차방정식 $ax + by + 3 = 0$ 의 그래프의 기울기는 -2 이고, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 일차방정식은 $ax + by + 7b = 0$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

해설

i) $ax + by + 3 = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{3}{b}$ 이다. $-\frac{a}{b} = -2$, $a = 2b$ 이다.

ii) $y = -\frac{a}{b}x - \frac{3}{b}$ 을 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 식은

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{3}{b} - 2,$$

$ax + by + 7b = 0$ 을 y 에 대하여 풀면 $y = -\frac{a}{b}x - 7$

$-\frac{3}{b} - 2 = -7$, $b = \frac{3}{5}$ 이므로 $a = \frac{6}{5}$ 이다.

$$\therefore a + b = \frac{9}{5}$$

3. 두 점 $\left(\frac{1}{2}a + 7, 4\right)$, $\left(-\frac{1}{3}a - 8, 1\right)$ 을 지나는 직선이 y 축에 평행일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}a + 7 &= -\frac{1}{3}a - 8 \\ \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a &= -8 - 7 \\ \frac{5}{6}a &= -15 \\ a &= -18\end{aligned}$$

4. 전체 길이가 110km인 강을 배를 타고 10시간 이내에 왕복하려고 한다. 강을 따라 내려갈 때의 배의 속력이 시속 30km일 때, 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 몇 km 이상이어야 하는지 소수 첫째 자리까지 구하여라. (단, 강물의 속력은 시속 3km로 일정하다.)

▶ 답: km

▷ 정답 : 19.5km

해설

강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력을 x 라 하면

$$\frac{110}{33} + \frac{110}{x-3} \leq 10$$

$$\frac{110}{x-3} \leq 10 - \frac{110}{33} = \frac{330-110}{33} = \frac{220}{33} = \frac{20}{3}$$

$$110 \leq \frac{20}{3}(x - 3)$$

$$330 \leq 20(x - 3)$$

$$39 \leq 2x$$

$$\therefore 19.5 \leq x(\text{ km})$$

따라서 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 19.5km 이상이어야 한다.

5. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 1

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$$

$$-4x^{a-2+1}y^{b-2} = -4x^2$$

$$a - 2 + 1 = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$b - 2 = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$$

6. 배를 타고 강을 30km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \begin{cases} \frac{30}{x-y} = 3 \\ \frac{30}{x+y} = 1.5 \end{cases} & \textcircled{2} \begin{cases} \frac{30}{x+y} = 3 \\ \frac{30}{x-y} = 1.5 \end{cases} \\ \textcircled{3} \begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases} & \textcircled{4} \begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x-y) = 30 \end{cases} \\ \textcircled{5} \begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases} & \end{array}$$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,

내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$$\frac{30}{x-y} = 3 \quad \rightarrow \quad 3(x-y) = 30$$

$$\frac{30}{x+y} = 1.5 \quad \rightarrow \quad 1.5(x+y) = 30$$

7. 일차함수 $y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y = 3x - 3$ 의 그래프가 되었다. $y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 일차함수의 y 절편은 얼마인가?

① 5 ② 3 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하면 $y = 3x + b - 4 = 3x - 3$ 이므로 $b = 1$ 이다. 이 직선을 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = 3x + 5$ 가 되고, y 절편은 5 이다.

8. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{3x+2y-1}{4} = \frac{2x+y+2}{3}$ 의 한 해가 $(5, k)$ 일 때, k 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

식의 양변에 12 를 곱하면

$$3(3x+2y-1) = 4(2x+y+2), \quad x+2y=11$$

$(5, k)$ 를 대입하면

$$5+2k=11, \quad \therefore k=3$$

9. 일차부등식 $a(x-2) < 3(5x-3) + 12$ 의 해를 구하면? (단, $a < 15$)

① $x > \frac{2a-3}{a+15}$
④ $x > \frac{a-15}{2a+3}$

② $x < \frac{a-15}{2a+3}$
⑤ $x < \frac{2a+3}{a-15}$

③ $x > \frac{2a+3}{a-15}$

해설

$$a(x-2) < 3(5x-3)+12, ax-2a < 15x-9+12, (a-15)x < 2a+3$$

$$\therefore x > \frac{2a+3}{a-15}$$

10. A 지역에서 B 지역까지 34 분 걸리는 경전철을 건설하려고 한다. 경전철이 통과하는 간이역을 3 분 또는 4 분 거리마다 설치하려고 할 때, 가능한 간이역의 개수를 모두 몇 개인가?
- ① 6, 7, 8 개 ② 7, 8 개 ③ 7, 8, 9 개
- ④ 8, 9 개 ⑤ 8, 9, 10 개

해설

3 분, 4 분 걸리는 구간의 개수를 각각 x , y 라 하면 $3x + 4y = 34$ 에서 $y = \frac{34 - 3x}{4}$ 이다.

그런데 x , y 는 0 또는 자연수이어야 하므로 $34 - 3x$ 은 4 의 배수이고

$34 - 3x \geq 0$ 에서 $x \leq \frac{34}{3} \rightarrow x \leq 11$ 이므로

가능한 x 의 값은 2, 6, 10 이고 각각에 대한 y 의 값은 7, 4, 1 이다.

A 역과 B 역을 제외한 간이역의 수는 $x + y - 1$ 이므로 가능한 간이역의 개수는 8, 9, 10 개이다.

11. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $S(n) = \frac{f(p+1)-f(1)}{(-1) \times 1} + \frac{f(p+2)-f(2)}{(-1)^2 \times 2} + \frac{f(p+3)-f(3)}{(-1)^3 \times 3} - \dots + \frac{f(p+n)-f(n)}{(-1)^n \times n}$ 라고 정의한다. $S(1)+S(3)+S(5)+\dots+S(99)=200$ 일 때, $f(x)$ 의 기울기를 구하여라.

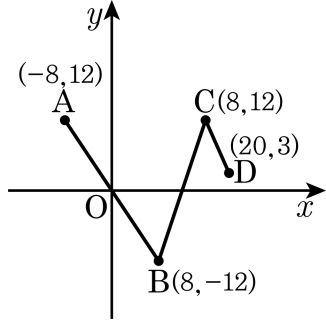
▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{p}$

해설

$S(1) = -f(p+1) + f(1)$
 $S(3)$
 $= -f(p+1) + f(1) + f(p+2) - f(2) - f(p+3) + f(3)$
 $= S(1) - \frac{f(p+3)-f(p+2)}{(p+3)-(p+2)} + \frac{f(3)-f(2)}{3-2}$ 에서
 $\frac{f(p+3)-f(p+2)}{(p+3)-(p+2)} = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = (\text{기울기})$ 이므로 $S(3) = S(1)$
 같은 방법으로
 $S(1) = S(3) = S(5) = S(7) = \dots = S(99)$ 이다.
 $S(1) + S(3) + S(5) + \dots + S(99) = 50 \times S(1) = 200$ 이므로
 $S(1) = 4$
 일차함수 $f(x) = ax + b$ 라 하면
 $S(1) = -f(p+1) + f(1)$
 $= -a(p+1) - b + a + b$
 $= -ap = 4$
 $\therefore a = -\frac{4}{p}$
 따라서 $f(x)$ 의 기울기는 $-\frac{4}{p}$ 이다.

12. x 의 값의 범위가 $-8 \leq x \leq 20$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다. $f(k-3) = f(k+3)$ 을 만족하는 k 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 49

해설

직선 AB의 방정식 $y = -\frac{3}{2}x \cdots \text{㉠}$

직선 BC의 방정식 $y = 3x - 36 \cdots \text{㉡}$

직선 CD의 방정식 $y = -\frac{9}{4}x + 48 \cdots \text{㉢}$

$f(k-3) = f(k+3)$ 에서 $k-3 = x$ 일 때,

$f(x) = f(x+6)$ 이므로

1) ㉡에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면

$$y = 3x - 18 \cdots \text{㉣}$$

㉠, ㉣의 값이 같으므로

$$-\frac{3}{2}x = 3x - 18,$$

$$x = 4 \quad \therefore k = 7$$

2) ㉢에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면

$$y = -\frac{9}{4}x + \frac{69}{2} \cdots \text{㉤}$$

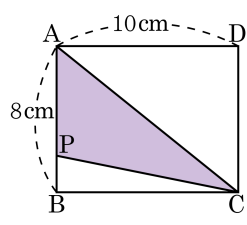
㉠, ㉤의 값이 같으므로

$$-\frac{3}{2}x = -\frac{9}{4}x + \frac{69}{2},$$

$$x = 46 \quad \therefore k = 49$$

따라서 k 의 값은 7 또는 49이다.

13. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고, 점 P는 점 A를 출발하여 매초 2cm씩 점 B를 향해 움직이고 있다. x 초 후의 $\triangle APC$ 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, x, y 사이의 관계식은? (단, x 의 범위는 $0 < x \leq 4$)



- ① $y = 2x$ ② $y = 4x$ ③ $y = 4x + 10$
 ④ $y = 40 - 10x$ ⑤ $y = 10x$

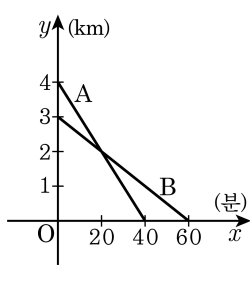
해설

$\overline{AP} = 2x$ 이므로

$$\triangle APC = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$$

$$y = 10x$$

14. 다음 그래프는 두 사람 A, B가 각각 집에서 출발하여 학교로 갈 때, 이동한 시간 x 와 학교까지 남은 거리 y 를 나타낸 것이다. 만약 A가 원래 출발한 시각보다 t 분 늦게 출발한다면, B는 원래 출발한 시각보다 $f(t)$ 분 더 일찍 출발해야 A와 동시에 학교에 도착할 수 있다고 할 때, 함수 $f(t)$ 의 식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-t + 20$

해설

직선 A의 방정식 $\frac{x}{40} + \frac{y}{4} = 1$ 에서

$$y = -\frac{1}{10}x + 4 \cdots \textcircled{A}$$

직선 B의 방정식 $\frac{x}{60} + \frac{y}{3} = 1$ 에서

$$y = -\frac{1}{20}x + 3 \cdots \textcircled{B}$$

A가 원래 출발한 시간보다 t 분 늦게 출발하였으므로 $\textcircled{A}$ 에 x 대신 $x - t$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{10}(x - t) + 4 \cdots \textcircled{C}$$

B가 원래 출발한 시간보다 $f(t)$ 분 빨리 출발하였으므로 $\textcircled{B}$ 에 x 대신 $x + f(t)$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{20}(x + f(t)) + 3 \cdots \textcircled{D}$$

학교에 도착하는 시간이 같으므로 $\textcircled{C}$, $\textcircled{D}$ 의 x 절편이 같아야 한다.

$\textcircled{C}$ 의 x 절편은 $40 + t$

$\textcircled{D}$ 의 x 절편은 $60 - f(t)$

$$40 + t = 60 - f(t)$$

$$\therefore f(t) = -t + 20$$

15. 거리가 5m 인 두 지점 A, B 를 끝별 한 마리가 1m/s 의 일정한 속도로 1 분 동안 왕복한다. 끝별이 A 에서 출발한 후, 이동한 시간을 x 초, x 초 후에 끝별과 A 지점 사이의 거리를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

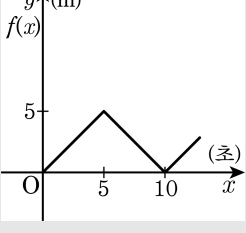
해설

별이 A 지점에서 B 지점까지 가는 데는 $\frac{5}{1} = 5$ (초)가 걸린다.

즉, $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $f(x) = x$

또 5 초 후에는 B 지점에서 A 지점으로 이동하므로

$5 \leq x \leq 10$ 일 때, $f(x) = 5 - x$



1 분 동안 왕복하므로 $0 \leq x \leq 60$ 일 때,

$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 5\right) \times 6 = 150$ 이다.

16. 자연수 a, b 에 대하여 x, y, z 에 대한 연립방정식 $\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$ 가 무수히 많은 해집합을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$$
$$x+y-az = 0 \cdots \textcircled{1}$$
$$x+2y-3bz = 0 \cdots \textcircled{2}$$
$$x+2abz = 0 \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 에서 $x = -2abz$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-2abz + y - az = 0$$
$$y = (2ab+a)z \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{2}$ 에 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 을 대입하면 $(2ab+2a-3b)z = 0$

그런데 $z \neq 0$ 이므로

$$2ab+2a-3b = 0, 2a(b+1) = 3b$$
$$\therefore 2a = \frac{3b}{b+1} = 3 - \frac{3}{b+1}$$

이때, a, b 는 자연수이므로 $b+1 = 3, \therefore a = 1, b = 2$

따라서 $a+b = 3$