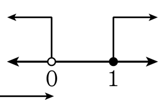
1. $a > 0,\ b < 0,\ a + b < 0$일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

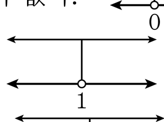
① a ② b ③ $a - b$ ④ $-a$ ⑤ $-b$

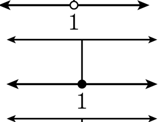
해설

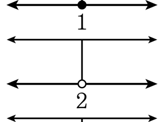
$a > 0,\ b < 0$에서 $a > b,\ a - b > b$
$a + b < 0$에서 $b < -a,\ a < -b$
따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$ 이므로,
제일 큰 수는 $a - b$

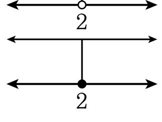
2. 연립부등식 $\begin{cases} 8-3x \le 2 \\ 3x-3 \le 3 \end{cases}$ 의 해를 옳게 구하고 수직선상의 그림을 바르게 그린 것은?

① 해가 없다. 

② 1 , 

③ 1 , 

④ 2 , 

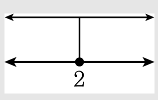
⑤ 2 , 

해설

$\begin{cases} 8-3x \le 2 \\ 3x-3 \le 3 \end{cases}$ 을 정리하면,

$\begin{cases} -3x \le -6 \\ 3x \le 6 \end{cases}$ 이고

간단히 하면 $\begin{cases} x \ge 2 \\ x \le 2 \end{cases}$ 이다.

수직선 위에 그리면  이 되고 해는 2 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5<3x+2 \\ \dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $2x+5<3x+2$, $x>3$

(ii) $\dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2}$, $x<1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

4. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$이다. $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(i) $x < -1$

$-(x+1)-(x-1) \geq 4,\ x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$

$x+1-(x-1) \geq 4$

$2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$

$x+1+x-1 \geq 4$

$x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore\ a+b=0$

5. 부등식 $|x-2| < k$를 만족하는 모든 x의 값이 부등식 $|x^2-8| \le 8$을 만족할 때, 실수 k의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

부등식 $|x^2-8| \le 8$을 풀면
$-8 \le x^2-8 \le 8$
$0 \le x^2 \le 16$
$\therefore -4 \le x \le 4$
$k > 0$이므로 부등식 $|x-2| < k$ 을 풀면
$-k < x-2 < k$
$-k+2 < x < k+2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2-8| \le 8$을 만족하려면
$-k+2 \ge -4,\ k+2 \le 4$이어야 하므로
$k \le 6,\ k \le 2$
$\therefore 0 < k \le 2$
따라서 실수 k의 최댓값은 2이다.

6. 부등식 $\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a - 1 \end{cases}$

의 해가 없으므로 $a - 1 \geq -7$

$\therefore\ a \geq -6$

따라서 a 의 가장 작은 수는 -6 이다.

7. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \le 0$의 해가 $a \le x < b$일 때, $a+b$의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$[x]^2 + [x] - 12 \le 0$에서

$([x]+4)([x]-3) \le 0$

$\therefore -4 \le [x] \le 3$

$x = -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$\therefore -4 \le x < 4$

따라서 $a = -4,\ b = 4$이므로 $a + b = 0$이다

8. 이차부등식 $ax^2 + bx + 3 < 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 일 때, $-x^2 + bx + a \geq 0$ 의 해가 될 수 있는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 이므로 a 는 0 보다 작다

$ax^2 + bx + 3 < 0 \Leftrightarrow a(x+1)(x-3) > 0$

$ax^2 - 2ax - 3a > 0$

$\therefore \quad a = -1, \quad b = 2$

$-x^2 + bx + a \geq 0$에 대입하면

$x^2 - 2x + 1 \leq 0$

$(x-1)^2 \leq 0$

$\therefore \ x = 1$

9. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) <0
양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로
(두 근의 곱) <0이므로
$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$①
(두 근의 합) ≥ 0이므로
$-(a^2-5a-6)\geq 0$
$a^2-5a-6\leq 0$
$(a-6)(a+1)\leq 0$
$\therefore -1\leq a\leq 6\cdots$②
①, ②에서 $a=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$
$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

10. 이차함수 $y = -x^2 + (a-1)x + 3a$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

① $-3 < a < 1$ ② $-6 < a < -2$ ③ $a \geq 3$, $a \leq -1$
④ $a \geq 0$ ⑤ $a \leq 5$

해설

$x - 2 > -x^2 + (a-1)x + 3a$
$\Rightarrow x^2 - (a-2)x - 2 - 3a > 0$
항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.
$\Rightarrow D = (a-2)^2 - 4(-2-3a) < 0$
$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$
$\Rightarrow -6 < a < -2$

11. 다음 조건을 동시에 만족하는 x 의 범위는?

(가) $2x - y = -5$
(나) $-x < 2y < 3(x+6)$

① $x > 8$ ② $x < -2$ ③ $-8 < x < -2$
④ $-2 < x < 8$ ⑤ $-8 < x < 2$

해설

$2x - y = -5 \Rightarrow y = 2x + 5$를 부등식에 대입하면,
$-x < 2(2x+5) < 3(x+6)$

$$\begin{cases} -x < 2(2x+5) \\ 2(2x+5) < 3(x+6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x < 4x + 10 \\ 4x + 10 < 3x + 18 \end{cases}$$

정리하면 $\begin{cases} x > -2 \\ x < 8 \end{cases}$ 이므로 $-2 < x < 8$ 이다.

12. x가 실수일 때, 두 함수 $f(x)=x^2+2x-8$, $g(x)=x^2-19$ 에 대하여 부등식 $(f\circ g)(x)\le 0$ 을 만족하는 양의 정수 x 는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$g(x)=k$ 라고 하면

$(f\circ g)(x)\le 0 \Rightarrow f(k)\le 0$

$\Rightarrow -4\le k\le 2$

$\Rightarrow -4\le g(x)\le 2$

$\Rightarrow 15\le x^2\le 21$

$\therefore$ 양의 정수 $x=4$

13. 양의 실수 a, b, c 에 대하여, x 에 관한 연립이차부등식 $\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$ 의 해가 존재할 때, 다음 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ $b^2 - 4ac > 0$

ㄴ $a + c < b$

ㄷ $a < 1$ 이고 $b < c$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ 두 식의 판별식 값이
모두 $b^2 - 4ac$ 이고
$D > 0$ 이어야 해가 존재하므로 옳다.
ㄴ주어진 식에
1을 대입하면 성립한다.

14. 100 개의 연필을 학생들에게 나누어 주었더니 5 개씩 나눠주면 연필이 남고, 8 개씩 나눠 주면 연필이 모자란다. 이때, 학생의 수로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 12　　② 13　　③ 14　　④ 15　　⑤ 16

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 라고 놓자.
모든 학생이 5 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $5x$ 이고, 모든 학생이 8 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $8x$ 이다. 그러나 연필수는 모든 학생이 5 개씩 가질 때 보다 많고, 모든 학생이 8 개씩 가질 때 보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $5x < 100 < 8x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 5x < 100 \\ 8x > 100 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 20 \\ x > \dfrac{25}{2} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\dfrac{25}{2} < x < 20$ 이다.

$\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로, 학생의 수는 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 명이 가능하다.

15. 부등식 $\frac{1}{3} <= \frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + x + 1} \le 3$ 이 x 의 값에 관계없이 성립하기 위한 실수 a 의 값의 범위를 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\{a \mid -1 < a < 1\} \subset D$
② $\{a \mid a = -1,\ 1\} \subset D$
③ $\left\{a \mid -\frac{3}{5} \le a \le 1\right\} \subset D$
④ $\left\{a \mid a \le -\frac{3}{5}\right\} \subset D$
⑤ $\{a \mid a > 1\} \subset D$

해설

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 이므로

$3(x^2 + x + 1)$ 을 주어진 부등식에 곱하면

$x^2 + x + 1 \le 3(x^2 - ax + a^2) \le 9(x^2 + x + 1)$

정리하면, $2x^2 - (3a + 1)x + 3a^2 - 1 \ge 0 \cdots\cdots$ ㉠

$2x^2 + (a + 3)x + 3 - a^2 \ge 0 \cdots\cdots$ ㉡

모든 x 에 대하여 ㉠이 성립하려면

$D = (3a + 1)^2 - 8(3a^2 - 1) \le 0,$

$(5a + 3)(a - 1) \ge 0$

$\therefore\ a \le -\frac{3}{5},\ a \ge 1 \cdots\cdots$ ㉢

모든 x 에 대하여 ㉡이 성립하려면

$D = (a + 3)^2 - 8(3 - a^2) \le 0,$

$(3a + 5)(a - 1) \le 0$

$\therefore\ -\frac{5}{3} \le a \le 1 \cdots\cdots$ ㉣

㉢, ㉣의 공통범위를 구하면

$-\frac{5}{3} \le a \le -\frac{3}{5},\ a = 1$