

1. y 절편이 2 이고 직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x - 1$ ② $y = \frac{1}{3}x - 2$ ③ $y = -3x + 2$
④ $y = 3x + 2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x + 2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을

$y = mx + 2$ 이라 하면,

직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로,

$$3 \cdot m = -1, \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2$$

2. 점 $(-3, 1)$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -2)$

② $(-5, 4)$

③ $(-1, 4)$

④ $(-5, -2)$

⑤ $(-1, -4)$

해설

$(-3, 1) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 이므로 $(-3 + 2, 1 - 3) = (-1, -2)$

3. 직선 $2x - y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ① $2x - y + 3 = 0$ ② $2x + y + 1 = 0$ ③ $2x - y - 1 = 0$
④ $2x - y - 3 = 0$ ⑤ $2x - y - 5 = 0$

해설

직선 $2x - y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 4만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행 이동하면

$$2(x - 4) - (y + 2) + 5 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

4. 다음 중에서 집합이 될 수 없는 것은?

- ① 1 보다 작은 자연수의 집합
- ② 우리 반에서 키가 160cm 이상인 학생들의 모임
- ③ 3 보다 큰 소수들의 모임
- ④ 우리 반에서 몸무게가 작은 학생들의 모임
- ⑤ 우리나라 전임 대통령들의 모임

해설

④ 몸무게가 '작은' 이란 기준이 명확하지 않다.

5. 두 집합 $A = \{6, 12\}$, $B = \{12, a\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 집합 A, B 가 서로 같으므로 $\{6, 12\} = \{12, a\}$
따라서 $6 = a$

6. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈 칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 쓴 것을 골라라.
- $A = \{x|x \text{는 알파벳의 모임}\}$
 $B = \{x|x \text{는 단어 } apple \text{에 들어 있는 모임}\}$
 $A \cap B = \{a, \square\}$
 $A \cup B = \{a, e, i, l, \square, o, u\}$

① e, p ② l, p ③ o, u ④ e, o ⑤ p, e

해설

$A = \{a, e, i, o, u\}, \quad B = \{a, e, l, p\}$
 $A \cap B = \{a, e\}, \quad A \cup B = \{a, e, i, l, p, o, u\}$

7. 두 집합 $A = \{2, 5, a\}$, $B = \{b, 9, 10\}$ 가 $A \cap B = \{5, 9\}$ 를 만족할 때, $A \cup B$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{2, 5, 10\}$

② $\{2, 5, 9\}$

③ $\{2, 5, 9, 10\}$

④ $\{5, 9, 10, 11\}$

⑤ $\{5, 8, 9, 12\}$

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset \{2, 5, a\}$, $\{5, 9\} \subset \{b, 9, 10\}$ 이다.
따라서 $a = 9$, $b = 5$ 이므로 $A \cup B = \{2, 5, 9, 10\}$ 이다.

8. 두 점 A(4, -3), B(a, 3) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 점 A(4, -3), B(a, 3) 에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

9. 두 직선 $x + y = 3$, $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?
- ① $-2 < m < 2$ ② $-2 < m < 3$ ③ $-1 < m < 2$
④ $1 < m < 4$ ⑤ $0 < m < 3$

해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에서
 $m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로
위의 직선은 m 의 값에 관계없이
점 $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기 m 인 직선이다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서
만나기 위해서는 직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 과 $(0, 3)$ 을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.
직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 을 지날 때 $m = 1$ 이고
 $(0, 3)$ 을 지날 때 $m = 4$ 이므로
따라서 $1 < m < 4$

10. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 + ax - 2y = 0$ 이 중심이 $C(1, 1)$ 인 원을 나타낼 때, 이 원의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 + ax - 2y = 0 \text{ 을 표준형으로 고치면 } \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{a^2 + 4}{4} \text{ 이므로}$$

$$\text{중심의 좌표는 } C\left(-\frac{a}{2}, 1\right)$$

$$\text{반지름의 길이는 } \frac{\sqrt{a^2 + 4}}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다

11. 세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 외접원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 - x - 2y - 3 = 0$
- ② $x^2 + y^2 + 2x - 1y - 10 = 0$
- ③ $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$
- ④ $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
- ⑤ $x^2 + y^2 - 6x - 5y - 20 = 0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓으면 이 원이

세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을 지나므로 차례로 대입하면

$$1 + 16 - A + 4B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9 + 36 + 3A + 6B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$9 - 3B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = -2, C = -15$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

12. 이차방정식 $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 6a^2 - a - 6 = 0$ 이 원의 방정식이 될 때 다음 중 a 가 가질 수 없는 정수 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x + a)^2 + (y - 2a)^2 = -(a^2 - a - 6)$
이것이 원을 나타내려면 $-(a^2 - a - 6) > 0$
즉 $a^2 - a - 6 < 0$
 $\therefore -2 < a < 3$

13. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면
 y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
 $r = |a|$ 이다.
 $\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots \textcircled{A}$
 $\textcircled{A}$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$
 $\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}$ 이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로
 $(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$
 $b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots \textcircled{C}$
 $\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C}$ 에서 $b^2 - 6b - 7 = 0$, $(b+1)(b-7) = 0$
 $\therefore b = -1, 7$
이때, $\textcircled{B}$ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$
 $\therefore r = 2$ 또는 10
따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

14. $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $C = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\}$
일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 구하면?

- ① $A \subset B \subset C$
- ② $A \subset C \subset B$
- ③ $B \subset A \subset C$
- ④ $B \subset C \subset A$
- ⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$A = \{-2, 2\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 $\therefore A \subset C \subset B$

15. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 32 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$2^n = 32 \therefore n = 5$$

16. A(-2, 3), B(4, 3)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

① (-2, 0)

② (-1, 0)

③ (0, 0)

④ (1, 0)

⑤ (2, 0)

해설

점 P를 $(\alpha, 0)$ 이라 하자.

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(\alpha + 2)^2 + (0 - 3)^2 = (\alpha - 4)^2 + (0 - 3)^2$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\therefore P = (1, 0)$$

17. 두 정점 A(0,0), B(0,3) 에서의 거리의 비가 2 : 1 인 점 P(x,y) 의 자취는?

① $x^2 + (y - 4)^2 = 4$

② $x^2 + (y + 4)^2 = 4$

③ $(x - 4)^2 + y^2 = 4$

④ $(x + 4)^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

해설

$$\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$$

$$\text{즉 } 4\overline{PB}^2 = \overline{PA}^2 \text{ 이므로}$$

$$4\{x^2 + (y - 3)^2\} = x^2 + y^2$$

$$3x^2 + 3y^2 - 24y + 36 = 0$$

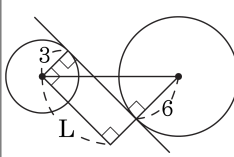
$$\therefore x^2 + (y - 4)^2 = 4$$

18. 두 원 $x^2 + y^2 = 36$, $(x - 12)^2 + y^2 = 9$ 의 공통내접선의 길이는?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

두 원의 중심 사이의 거리는 12
 내접선의 길이를 L 이라 하면,
 $L^2 = 12^2 - 9^2$
 $\therefore L = 3\sqrt{7}$



19. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 직선 $y = x + 3$ 과 접하게 될 때, 양수 m 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

$x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼,

y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$(x - m)^2 + (y - 2)^2 = 1 \dots\dots\textcircled{1}$$

①이 직선 $x - y + 3 = 0$ 과 접하므로

점 $(m, 2)$ 와 직선 $x - y + 3 = 0$ 사이의 거리가 1 이다.

$$\frac{|m - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 1$$

이것을 풀면 $m = -1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore m = -1 + \sqrt{2}$ ($\because m > 0$)

20. 전체집합 $U = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{1, 6\}, B - A = \{8\}, A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때, 집합 B^c 은?
- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 4\}$ ③ $\{1, 6\}$
④ $\{1, 4, 6\}$ ⑤ $\{1, 6, 8\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B^c = \{1, 4, 6\}$ 이다.

