

1. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6$$

$$\therefore x = 2$$

$$8^2 \times 4^y = 64^3$$

$$4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6$$

$$\therefore y = 6$$

2. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

3. $(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{b}{x^3 y^3}$ 가 성립할 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{(2^3 x^3 y^{3a})}{x^{3c} y^6} = \frac{b}{x^3 y^3} \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 8, c = 2$$

$$\therefore a + b - c = 7$$

4. $\left(\frac{2y}{x}\right)^2 \times x^2y \div \left(-\frac{3}{x}\right) = ax^by^c$ (a, b, c 는 상수)일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -4 ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 4

해설

$$\frac{4y^2}{x^2} \times x^2y \times \left(-\frac{x}{3}\right) = -\frac{4}{3}xy^3 = ax^by^c$$

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = 1, c = 3$$

$$\therefore abc = -4$$

5. $\frac{6x-3y}{2} - \frac{x+4y}{3} - \frac{4x-5y}{6}$ 를 간단히 하면?

① $2x+2y$

② $2x-2y$

③ $x+y$

④ $x+2y$

⑤ $2x+y$

해설

$$\begin{aligned} & \text{(준식)} \\ & = \frac{3(6x-3y) - 2(x+4y) - (4x-5y)}{6} \\ & = \frac{12x-12y}{6} \\ & = 2x-2y \end{aligned}$$

6. $x = -1, y = -2$ 일 때, $\frac{x^2y + 2xy^2}{xy} + \frac{x^2y - 3y^2}{y}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^2y + 2xy^2}{xy} + \frac{x^2y - 3y^2}{y} &= x + 2y + x^2 - 3y \\ &= -1 - 4 + 1 + 6 \\ &= 2\end{aligned}$$

7. $x = 0.2\dot{7}$, $y = 0.\dot{3}8$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{76}$ ② $\frac{11}{38}$ ③ $\frac{33}{76}$ ④ $\frac{11}{19}$ ⑤ $\frac{55}{76}$

해설

$$x = 0.2\dot{7} = \frac{27 - 2}{90} = \frac{5}{18}$$

$$y = 0.\dot{3}8 = \frac{38}{99}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{38}{99}} = \frac{495}{684} = \frac{55}{76}$$

8. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+1} &= (3^3)^{x-2} \\ 2x+1 &= 3(x-2) \\ \therefore x &= 7 \end{aligned}$$

9. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{2x+1} = (3^3)^{x-2}, 2x+1 = 3(x-2)$$

$$\therefore x = 7$$

10. 다음 □안에 알맞은 식은?

$$\square \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

- ① $9a^6b^4$ ② $6a^3b^2$ ③ $-9a^6b^4$
④ $-6a^3b^2$ ⑤ $6ab^2$

해설

$$\square = \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4$$

11. 식 $(3x^2 + x - 2) + (-5x^2 - 7x + 1)$ 을 간단히 하면?

- ① $-2x^2 - 6x - 1$ ② $-2x^2 + 6x + 1$ ③ $-2x^2 - 5x - 1$
④ $8x^2 - 4x - 1$ ⑤ $8x^2 + 4x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3x^2 + x - 2) + (-5x^2 - 7x + 1) \\ &= 3x^2 + x - 2 - 5x^2 - 7x + 1 \\ &= -2x^2 - 6x - 1 \end{aligned}$$

12. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $\left(-\frac{2}{x} + 3\right) + \left(5 + \frac{2}{x}\right)$

② $(4 + 3x + 2x^2) - (-4 + 3x - 2x^2)$

③ $(3 - 3x - 6x^2) - 3(2x^2 + 2x - 3)$

④ $\left(-\frac{2}{3}x^2 + 3x - 4\right) - \left(-5 - 6x - \frac{2}{3}x^2\right)$

⑤ $-2x^2(1 - x)$

해설

① 8

② $8 + 4x^2$ (이차식)

③ $12 - 9x - 12x^2$ (이차식)

④ $9x + 1$ (일차식)

⑤ $-2x^2 + 2x^3$ (삼차식)

13. $a = -2, b = -3$ 일 때, $\frac{15a^2 - 3ab}{3a} - \frac{8ab + 4b^2}{4b}$ 의 값은?

- ① 0 ② 6 ③ 12 ④ -6 ⑤ -12

해설

$$(\text{준식}) = 5a - b - (2a + b) = 3a - 2b = -6 + 6 = 0$$

14. 두 식 a, b 에 대하여 $\#, *$ 을 $a\#b = a + b - ab, a*b = a(a + b)$ 로 정의하자. $a = -x, b = x - 4y$ 일 때, $(a\#b) + (a*b)$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - y$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 - y$

④ $2x^2 - 2y$

⑤ $x^2 - 4y$

해설

$$(-x)\#(x - 4y)$$

$$= -x + x - 4y + x(x - 4y) = x^2 - 4xy - 4y \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$(-x) * (x - 4y) = -x(-x + x - 4y) = 4xy \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠ + ㉡하면 $x^2 - 4y$ 이다.

15. $A = 2x + 5y$, $B = \frac{3x - 4y + 2}{5}$ 일 때, $2A - \{2B - (A - 3B)\}$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $3x + 19y + 2$ ② $-3x - 19y - 2$ ③ $3x + 19y - 2$
④ $3x - 19y + 2$ ⑤ $-3x + 19y - 2$

해설

$$\begin{aligned} 2A - \{2B - (A - 3B)\} &= 2A - (2B - A + 3B) \\ &= 2A - (-A + 5B) \\ &= 3A - 5B \end{aligned}$$

A, B 의 값을 대입하면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 3(2x + 5y) - 5\left(\frac{3x - 4y + 2}{5}\right) \\ &= 6x + 15y - 3x + 4y - 2 \\ &= 3x + 19y - 2 \end{aligned}$$

17. a 는 10보다 작은 자연수이고 분수 $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수는?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 이고 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5 뿐이어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다. 따라서 7이다.

18. $0.\dot{2} < 0.a < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{2}{9} < \frac{a}{9} < \frac{53}{90}$$

$$2 < a < \frac{53}{10}$$

$$2 < a < 5.3$$

19. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.5 - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

20. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}7 = \frac{37}{99}$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{\text{(영은이가 본 분자)}}{\text{(영철이가 본 분모)}} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

21. $2^n = x$, $3^n = y$ 일 때, $9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n}$ 을 x , y 에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

- ① x^5y^2 ② x^6y ③ x^6y^4 ④ x^8y^2 ⑤ x^9y^3

해설

$$\begin{aligned} 9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n} &= 3^{2n} \times 2^{9n} \times 3^{3n} \div 3^{2n} \\ &= 3^{3n} \times 2^{9n} \\ &= y^3 \times x^9 \\ &= x^9y^3 \end{aligned}$$

22. $\frac{a}{2^3 \times 7}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 14$

▷ 정답: $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$ 이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ 이 되므로 $b = 4$ 이다.

23. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

- ① 5.32 ② 5.33 ③ 5.34 ④ 5.35 ⑤ 5.36

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 5.36 이다.

24. $\frac{4}{27}$ 를 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다.

다음 값을 구하여라.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{41}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 91

해설

$$\frac{4}{27} = 0.148, x_1 = 1, x_3 = 8, x_5 = 4, \dots, x_7 = 1, \dots$$

$$\therefore (\text{준식}) = 7 \times (1 + 8 + 4) = 91$$

25. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.
- ㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.
- ㉣ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.
- ㉤ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉥ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.9$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉢ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉣ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.