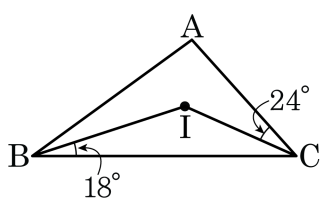
1. 다음 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. ∠A의 크기를 구하여라.



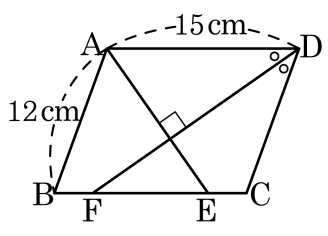
▶ 답 : _____°

▷ 정답 : 96°

해설

점 I가 내심이므로
∠IBA = 18°, ∠ICB = 24°
∴ ∠A = 180° − 2(18° + 24°) = 96°

2. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$는 $\angle D$ 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



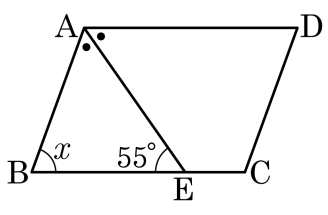
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)
$\overline{CD} = \overline{CF} = 12\text{cm}$
따라서 $\overline{BF} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 12(\text{cm})$
$\therefore \overline{EF} = 12 - 3 = 9(\text{cm})$

3. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 한다. 이때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 ∠x의 크기는?

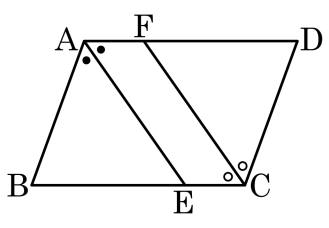


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 • = 55°,
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $x = 70°$이다.

4. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}, \overline{CF}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다. $\square AECF$ 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

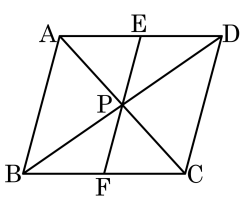
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\angle A = \angle C$ 이므로 $\angle FAE = \angle ECF$
$\angle AEB = \angle CFD$ 이므로 $\angle AEC = \angle CFA$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점 P 를 지나는 직선과 변 AD , 변 BC 가 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABP \equiv \triangle CDP$

② $\overline{BP} = \overline{DP}$

③ $\triangle EPA \equiv \triangle BPF$

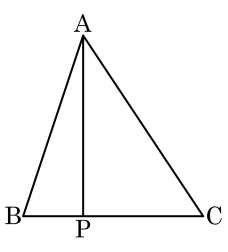
④ $\overline{EP} = \overline{FP}$

⑤ $\triangle EPD \equiv \triangle BPF$

해설

$\triangle EPA$ 와 $\triangle BPF$ 는 합동이 아니다.

6. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 8\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

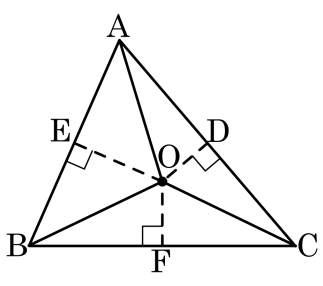
▷ 정답 : $\frac{8}{3}$ cm^2

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle ABP = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}\,(cm^2)$

7. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

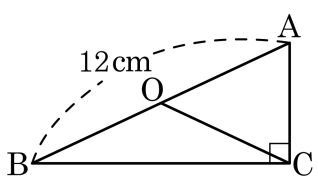


① △OBE ≡ △OBF
② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE
④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설

△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

8. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 △ABC 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



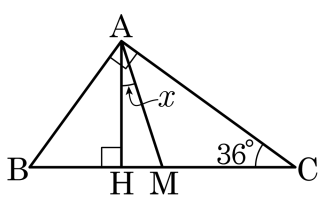
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

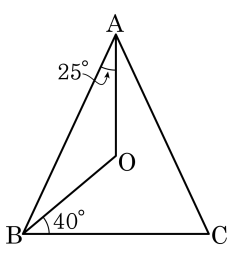


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots ㉠$
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots ㉡$
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$

④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

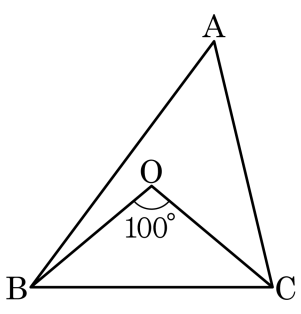
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 50°

해설

$$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$$

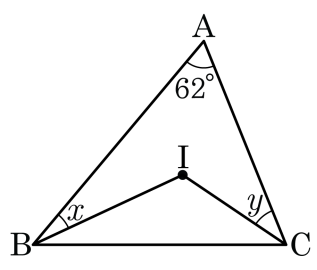
12. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

13. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$ ② $60°$ ③ $61.5°$ ④ $62°$ ⑤ $62.5°$

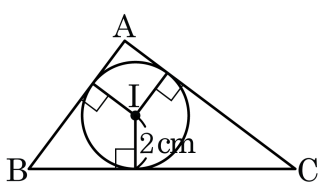
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $24cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 둘레의 길이는?



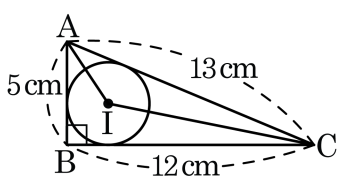
① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

해설

$\frac{1}{2} \times 2 \times (\triangle ABC\text{의 둘레}) = 24$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 13 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

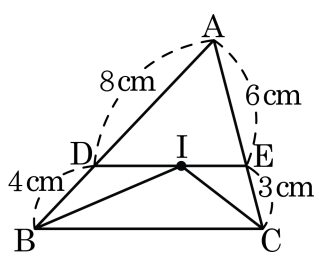
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는? (단, $\overline{DE}$ $//\overline{BC}$)

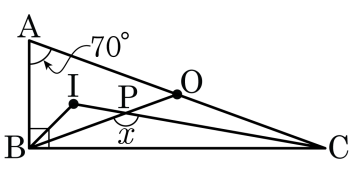


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$ ② $130°$ ③ $140°$ ④ $150°$ ⑤ $160°$

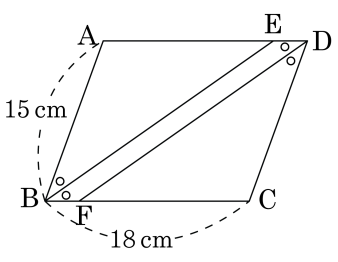
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 ∠B와 ∠D의 이등분선을 $\overline{BE}$와 $\overline{DF}$라 할 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답:

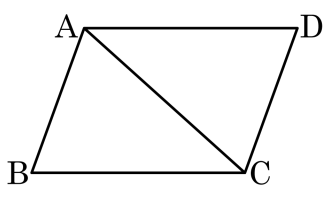
▷ 정답: 3 cm

해설

∠AEB = ∠EBC(엇각)이므로
△ABE는 이등변삼각형
∴ $\overline{AB} = \overline{AE}$

평행사변형이므로
$\overline{AD} = \overline{BC} = 18(\text{cm})$, $\overline{AE} = \overline{AB} = 15(\text{cm})$
∴ $\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 18 - 15 = 3(\text{cm})$

19. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞지 않은 것은?



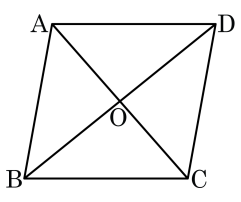
가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : 대각선 AC 를 그으면
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB =$(①)(엇각)
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC =$(②)(엇각)
$\overline{AC}$ (공통)
$\triangle ABC \equiv$ (③)(④ 합동)
$\therefore \angle B = \angle D$
같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv$ (⑤) $\therefore \angle A = \angle C$

① $\angle CAD$ ② $\angle DCA$ ③ $\triangle CDA$
④ SAS ⑤ $\triangle CDB$

해설

④ 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같으면 ASA 합동이다.

20. 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하기 위하여 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ 임을 보일 때, 이용되는 합동조건은?



① SSS 합동 ② SAS 합동

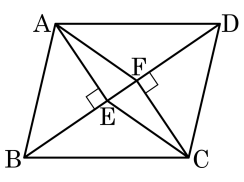
③ ASA 합동 ④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 엇각의 크기가 같다.
$\angle ABD = \angle BDC, \angle BAC = \angle ACD$
$\overline{AB} = \overline{DC}$
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)

21. □ABCD가 평행사변형일 때, 어두운 사각형은 평행사변형이다. 그 이유로 적당한 것은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

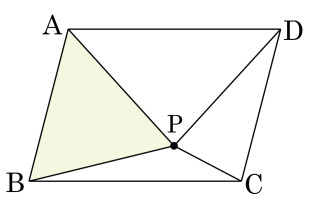
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

△ABE ≡ △CDF(RHA 합동) 이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$ 이다.
한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 사각형 AECF 는 평행사변형이다.

22. 다음과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이는 $20\,\mathrm{cm}^2$이고, $\triangle CDP$의 넓이가 $4\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle ABP$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $6\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$이므로

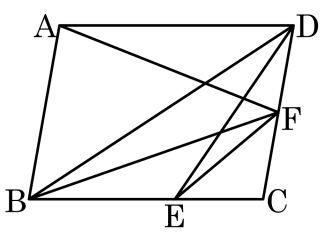
$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle ABP + \triangle CDP = 10$

$\triangle ABP + 4 = 10$

$\therefore\ \triangle ABP = 6(\mathrm{cm}^2)$

23. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 보기 중 넓이가 가장 넓은 것을 골라라.(정답 2 개)



보기

㉠ △ADF	㉡ △ABD	㉢ △BDF
㉣ △BFC	㉤ △CDE	㉥ △ABF

▶ 답:

▶ 답:

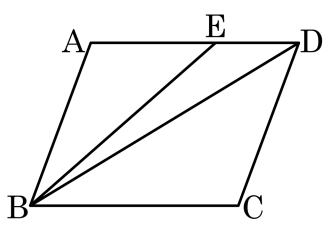
▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉥

해설

밑변이 공통이면 높이가 높은 것이 넓이가 넓다.
평행사변형의 평행한 직선 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 에서 모두 밑변을 가지고 있으므로
밑변이 가장 긴 것을 찾고 그중 높이가 높은 것을 찾는다.
따라서 △ABD, △ABF 가 가장 넓은 삼각형이다.

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 50cm^2이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3 : 2$일 때, $\triangle\text{ABE}$의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2

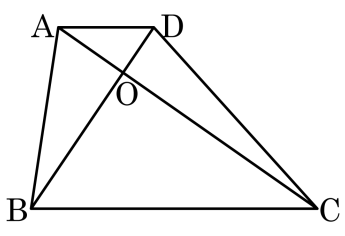
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \frac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, 이고 $\overline{OC} = 3\overline{AO}$ 이다. $\triangle AOB = 9cm^2$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $12\underline{cm^2}$

해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$, $\triangle ABO = \triangle DOC = 9cm^2$
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다.
$\triangle DOC : \triangle AOD = 3 : 1 = 9cm^2 : \triangle AOD$ $\therefore \triangle AOD = 3cm^2$
$\therefore \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle DOC = 9 + 3 = 12cm^2$