

1. 유리식 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{a-b}$ ② $\frac{a-b}{a+b}$ ③ $\frac{a}{a+b}$ ④ $\frac{a}{a-b}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2} = \frac{a + b}{a - b}$$

2. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

① 1

② $\frac{1}{x}$

③ $\frac{1}{x-1}$

④ $\frac{x}{x-1}$

⑤ $\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

3. 유리식 $\frac{x^2+5x}{x^2-x-2} \div \frac{x^2+3x-10}{x^2-4x+4}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{x+1}{x}$ ② $\frac{x}{x-1}$ ③ $\frac{x}{x+1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \div \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x-2)^2}{(x+5)(x-2)} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

4. $\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+5}{x+2}$
④ $\frac{2x-5}{x-1}$

② $\frac{2x-1}{x+1}$
⑤ $\frac{2x+5}{x+1}$

③ $\frac{2x^2+5}{x-1}$

해설

$$\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2} = \frac{(x-1)(2x+5)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2x+5}{x+2}$$

5. 분수식 $\frac{1}{1-\frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{1}{x+1}$

② $\frac{x+1}{x}$

③ $\frac{x}{x-1}$

④ $\frac{x-1}{x}$

⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

6. $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

7. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 - 2y^2}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ -4

④ 4

⑤ -6

해설

$x = 4k, y = 3k$ (단, $k \neq 0$)

$$\frac{xy}{x^2 - 2y^2} = \frac{12k^2}{16k^2 - 18k^2} = -6$$

8. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

9. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

10. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

11. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

- ① 1
- ② x
- ③ $-x$
- ④ $\frac{1}{x}$
- ⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

12. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} = \frac{y}{3} &\Rightarrow x = \frac{4}{3}y \\ \therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} &= \frac{16}{9} \frac{y^2}{y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}\end{aligned}$$

13. $2x = 3y = 4z$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2 - z^2}{xy - yz - zx}$ 의 값은?

- ① 6 ② $-\frac{6}{11}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $-\frac{11}{6}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$$2x = 3y = 4z = k(k \neq 0) \Rightarrow x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{4}$$

$$\frac{\frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{16}}{\frac{k^2}{6} - \frac{k^2}{12} - \frac{k^2}{8}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{8}} = -\frac{11}{6}$$

14. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{4}{13}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{A} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{B} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{C} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} + \textcircled{C} \text{를 해 주면 } 2(x+y+z)=18k$$

$$\therefore x+y+z=9k$$

$$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$$

$$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$$

15. 1 초에 120바이트를 송신하는 전자 통신망(PC 통신)이 있다. 1블럭을 512바이트라 할 때, 다음 중 60블럭 크기의 자료를 송신하는 데 소요되는 시간의 근삿값은?

① 0.04 초

② 0.4 초

③ 4 초

④ 4 분

⑤ 4 시간

해설

60(블럭) = 60×512 (바이트) 이므로

$$\begin{aligned} \text{(소요 시간)} &= \frac{60 \times 512}{120} = 256 \text{ (초)} \\ &= \frac{256}{60} \text{ (분)} \approx 4 \text{ (분)} \end{aligned}$$

16. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
II. $y = \frac{2}{x-1}$
III. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
IV. $y = \frac{2x}{x-1}$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

17. 분수함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선이 $x = a$, $y = b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{x-1}$ 이므로,
점근선은 $y = 2$, $x = 1$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

18. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
 ④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
 정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

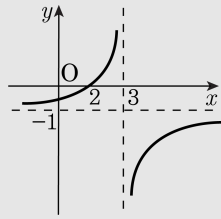
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



19. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸면, } y = \frac{-2x-3}{x-2}$$

$$\text{따라서 구하는 역함수는 } y = \frac{-2x-3}{x-2}$$

20. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\frac{a+2b}{2a-3b} = 1$ 을 만족할 때, $\frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{8}{9}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{15}{8}$

⑤ $\frac{9}{8}$

해설

$$\frac{a+2b}{2a-3b} = 1 \text{ 에서 } a+2b = 2a-3b \text{ 이므로 } a = 5b$$

$$\therefore \frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)} = \frac{(5b)^2+5b \times b+2b^2}{(5b-b)(5b+2b)}$$

$$= \frac{32b^2}{4b \times 7b} = \frac{32b^2}{28b^2} = \frac{8}{7}$$

21. $4x^2 - 4xy + y^2 = 0$ 일 때, $\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, x, y 는 0이 아니다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$4x^2 - 4xy + y^2 = 0, (2x - y)^2 = 0 \text{에서 } 2x - y = 0$$

$$\therefore y = 2x$$

$$\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$$

$$= \frac{8x^2 - x \cdot 2x + 3 \cdot 4x^2}{x^2 + 8x^2}$$

$$= \frac{18x^2}{9x^2} = 2$$

22. 다음 등식이 성립할 때, 상수 k 의 값은?

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+8y-z}{k}$$

- ① -1
- ② -5
- ③ -8
- ④ -10
- ⑤ -12

해설

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+8y-z}{k}$$

$$\begin{cases} x+2y = \frac{z}{2} & \cdots \textcircled{1} \\ 2y+z = \frac{3}{4}z & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① - ② 하면

$$x-z = -\frac{1}{4}z, x = \frac{3}{4}z, y = -\frac{1}{8}z$$

$$\frac{x+8y-z}{k} = \frac{\frac{3}{4}z - z - z}{k} = \frac{-\frac{5}{4}z}{k} = \frac{z}{4}$$

$$\therefore k = -5$$

해설

가비의 리에 따라

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{6y+3z}{3 \times 3} = \frac{-4z}{4 \times (-4)}$$

$$= \frac{x+8y-z}{2+9-16} = \frac{x+8y-z}{-5}$$

$$\therefore k = -5$$

23. 유리식 $\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$ 일 때, k 의 값을 구하면? (단, $abc \neq 0$)

- ① 2 또는 -1 ② 0 또는 -1 ③ -1 또는 -1
④ 2 또는 3 ⑤ -2 또는 -1

해설

$$\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$$
$$\frac{b+3c}{2a} = k, \frac{3c+2a}{b} = k, \frac{2a+b}{3c} = k$$

각각 정리하면

$$b+3c = 2ak \cdots ①$$

$$3c+2a = bk \cdots ②$$

$$2a+b = 3ck \cdots ③$$

$$① + ② + ③ : 2(b+3c+2a) = k(2a+b+3c)$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ 또는 } 2a+b+3c = 0$$

$2a+b+3c = 0$ 인 경우,

$$① \text{에 대입해 보면 } -2a = 2ak, k = -1$$

$$\therefore k = 2, -1$$

24. $a+b = \frac{b+c}{2} = \frac{c+a}{3}$ 일 때, $\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$ 의 값은? (단, $a^2+b^2+c^2 \neq 0$)

- ① $\frac{5}{6}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 3

해설

$a+b = \frac{b+c}{2} = \frac{c+a}{3} = k$ 라 두면
 $a+b = k, b+c = 2k, c+a = 3k$
 $a+b+c = 3k$
 $a = k, b = 0, c = 2k$
 $\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} = \frac{2k^2}{5k^2} = \frac{2}{5}$

25. $\frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{8} = \frac{2x+8y-z}{a}$ 가 성립할 때, a 의 값은?
- ① 2 ② 7 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

가비의 리에 의하여

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{8} &= \frac{p(x+y) + qy + rz}{5p + 2q + 8r} \\ &= \frac{2x + 8y - z}{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}px + py + qy + rz &= px + (p+q)y + rz \\ &= 2x + 8y - z \text{에서}\end{aligned}$$

$$p = 2, q = 6, r = -1$$

$$\therefore a = 5p + 2q + 8r = 5 \times 2 + 2 \times 6 + 8 \times (-1) = 14$$

$$\therefore a = 14$$

26. 어느 도시 인구의 여자 대 남자의 구성비가 11 : 10 이고, 여자의 평균 연령은 34세, 남자의 평균 연령은 32세일 때, 이 도시 인구의 평균 연령은?

- ① $32 + \frac{9}{10}$
- ② $32 + \frac{20}{21}$
- ③ 33
- ④ $33 + \frac{1}{21}$
- ⑤ $33 + \frac{1}{10}$

해설

여자, 남자의 수를 각각 w, m 이라고 하면

$w = 11x, m = 10x$

여자의 연령의 총합은 $34w$

남자의 연령의 총합은 $32m$

구하는 전체 인구의 평균 연령은

$$\begin{aligned}\frac{34w + 32m}{w + m} &= \frac{34 \cdot 11x + 32 \cdot 10x}{11x + 10x} \\ &= \frac{34 \cdot 11 + 32 \cdot 10}{21} = \frac{694}{21} \\ &= 33 + \frac{1}{21} \text{ (세)}\end{aligned}$$

27. p, q, M 은 양수이고, $q < 100$ 이다. 처음 M 을 $p\%$ 증가시킨 후, 다시 $q\%$ 감소시키더라도 M 보다 크게 될 조건은?

- ① $p > q$
- ② $p > \frac{q}{100 - q}$
- ③ $p > \frac{q}{1 - q}$
- ④ $p > \frac{100q}{100 + q}$
- ⑤ $p > \frac{100q}{100 - q}$

해설

$$M\left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{q}{100}\right) > M$$
$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{q}{100}\right) > 1$$
$$1 + \frac{p}{100} > \frac{1}{1 - \frac{q}{100}} = \frac{100}{100 - q},$$
$$\frac{p}{100} > \frac{q}{100 - q}$$
$$\therefore p > \frac{100q}{100 - q}$$

28. 분수함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(a-1, 2a)$ 를 지날 때, $1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

분수함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(a-1, 2a)$ 를 지나므로

$$2a = \frac{a}{a-1}, 2a^2 - 3a = 0, a(2a-3) = 0$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} (\because a \neq 0)$$

따라서 $f(x) = \frac{3}{2x}$ 이므로 $1 \leq x \leq 3$ 에서

함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최댓값 $f(1) = \frac{3}{2}$ 을 가진다.

29. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$ 의 값은?

㉠ $\frac{6-\sqrt{6}}{6}$

㉡ $\frac{\sqrt{5}-1}{12}$

㉢ $\frac{10-\sqrt{2}}{20}$

㉣ $\frac{16-\sqrt{5}}{30}$

㉤ $\frac{\sqrt{30}-1}{2}$

해설

$\sqrt{2} = \sqrt{1} \times \sqrt{2}$, $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$, $\dots$, $\sqrt{30} = \sqrt{5} \times \sqrt{6}$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4} \times \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5} \times \sqrt{4}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{5}} \\ &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}\right) \\ & \quad + \left(\frac{1}{\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}} = \frac{6-\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

30. $\frac{3x^2 - 2xy}{x^2 + xy + y^2} = 2$ 일 때, $\frac{3(x-y)}{x+y}$ 의 값을 구하면? (단, $x > y > 0$)

① $2\sqrt{6} + 3$

② $2\sqrt{6} - 3$

③ $3 - 2\sqrt{6}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $5 - 6\sqrt{2}$

해설

$$3x^2 - 2xy = 2x^2 + 2xy + 2y^2$$

$\therefore x^2 - 4xy - 2y^2 = 0$ 이 식의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{y}\right) - 2 = 0$$

$$\therefore \frac{x}{y} = 2 + \sqrt{6} \quad (\because x > y > 0 \text{에서 } \frac{x}{y} > 1)$$

$$\therefore \frac{3(x-y)}{x+y} = \frac{3\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{\frac{x}{y} + 1} = 2\sqrt{6} - 3$$

31. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $ad + bc = 2ad$

② $\frac{ad}{bc} = 1$

③ $\frac{bc-1}{bc} + \frac{1}{ad} = 1$

④ $\frac{1}{bc} - \frac{1}{ad} = 0$

⑤ $a - b = \frac{1}{c - d}$

해설

①, ② $ad = bc$

③ $\frac{adbc - ad + bc}{adbc} = \frac{adbc}{adbc} = 1$

④ $\frac{1}{bc} = \frac{1}{ad}$

32. 지난 해 어느 대학의 입학시험 결과 수험생의 남녀의 비는 8 : 5, 합격자의 남녀의 비는 7 : 4, 불합격자의 남녀의 비는 3 : 2 이었다. 이 때, 전체 합격률은?

- ① $\frac{9}{26}$
- ② $\frac{4}{13}$
- ③ $\frac{9}{26}$
- ④ $\frac{5}{13}$
- ⑤ $\frac{11}{26}$

해설

	남	여	전체
합격자	$7b$	$4b$	$11b$
불합격자	$3c$	$2c$	$5c$
수험생	$8a$	$5a$	$13a$

$7b + 3c = 8a \cdots \textcircled{1}$

$4b + 2c = 5a \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \times 3$

$a = 2b$

(전체 합격률) $= \frac{11b}{13a} = \frac{11b}{26b} = \frac{11}{26}$

33. 분수함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \leq 1\}$ 일 때, 다음 중 정의역을
바르게 구한 것은?
- ① $\{x \mid 0 < x < 1\}$

② $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$

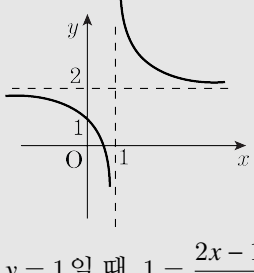
③ $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$

④ $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

⑤ $\{x \mid -1 \leq x < 1\}$

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$



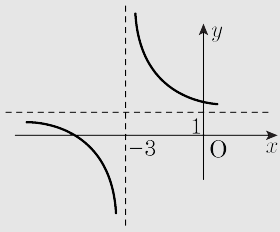
$y = 1$ 일 때, $1 = \frac{2x-1}{x-1}$ 이므로, $x = 0$
정의역은 $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$

34. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$x = 0$ 일 때 $y = \frac{6}{3} = 2$, $\therefore b = 2$

$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$

35. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

36. $\frac{x-3}{x^2+x-6} \times \frac{x+3}{x^2-x-6}$ 을 간단히 계산한 것은?

① $\frac{1}{x^2+4}$

② $\frac{1}{x^2-x-2}$

③ $\frac{1}{x^2-2x+1}$

④ $\frac{1}{x^2+x-2}$

⑤ $\frac{1}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{x-3}{(x+3)(x-2)} \times \frac{x+3}{(x-3)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x^2-4} \end{aligned}$$

37. $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2-3x-2}{x^2+3x-4}$ 을 간단히 하면 ?

- ① $\frac{4}{x-3}$ ② $\frac{1}{x+4}$ ③ $\frac{2}{x+2}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1 \end{aligned}$$

38. 분수식 $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$ 을 간단히 하면 ?

- ① 1

② -2
- ③ $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④ $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$
- ⑤ $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3-(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

39. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a=-1, b=-2$$

$$\therefore a+b=-3$$

40. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{98}{99}$

② $\frac{100}{99}$

③ $\frac{99}{100}$

④ $\frac{101}{100}$

⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

41. $x : y : z = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{50}{47}$

② $\frac{47}{50}$

③ $\frac{49}{50}$

④ $\frac{24}{25}$

⑤ $\frac{26}{25}$

해설

$$x : y : z = 3 : 4 : 5 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k (k \neq 0)$$

$$\therefore x = 3k, y = 4k, z = 5k$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{3k \cdot 4k + 4k \cdot 5k + 5k \cdot 3k}{(3k)^2 + (4k)^2 + (5k)^2} \\ &= \frac{47k^2}{50k^2} = \frac{47}{50} \end{aligned}$$

42. $x : y : z = 1 : 2 : 3$ 일 때, $\frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} x = k \text{ 라 하면, } y = 2k, z = 3k \\ \Rightarrow \frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} &= \frac{9k^2}{2k^2} + \frac{k^2}{6k^2} + \frac{4k^2}{3k^2} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = 6 \end{aligned}$$

43. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

44. $\frac{b}{a} = 2$, $\frac{c}{b} = 3$ 일 때, $\frac{a+b}{b+c}$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{3}{8}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$$b = 2a \text{ 이므로 } c = 3b = 3(2a) = 6a$$

$$\therefore \frac{a+b}{b+c} = \frac{a+2a}{2a+6a} = \frac{3}{8}$$

45. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x : y = 2 : 3 &\Rightarrow x = 2k, y = 3k \\ \frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} &= \frac{3(2k)^2 + 2(2k)(3k)}{4k^2 + (2k)(3k)} \\ &= \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

46. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = 4+1 = 5$

47. 함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x+2)-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2} + 1$ 에서

$a = -2$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = -2+1 = -1$

48. 함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)-2}{x-4} = \frac{-2}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$

49. 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x=a$, $y=b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 에서

$a=1$, $b=1$ 이므로

$\therefore a+b=1+1=2$

50. 함수 $y = \frac{bx-3}{x-a}$ 의 정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,
 $a = 4$, $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 2 = 6$