

1. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

2. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

3. 가로 길이 450 m , 세로 길이 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m 이다.

4. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m ② 16m ③ 18m ④ 20m ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

5. 서울역에서 부산행 열차는 20 분마다, 광주행 열차는 30 분마다 출발한다고 한다. 서울역에서 두 열차가 오전 6 시에 동시에 출발하였다. 오전 6 시 이후에 최초로 동시에 출발하는 시각은 몇 시인지 구하여라.

▶ 답: 시

▶ 정답 : 오전 7 시

해설

20 과 30 의 최소공배수는 60 이므로

6 시 이후 최초로 동시에 출발하는 시각은 (6 시) + (60 분) = 7 시

7 시

∴ 오전 7시

6. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 $\therefore$ A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴) 이다.

7. 가로 길이가 16 cm , 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

8. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60 ② 61 ③ 120 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$\therefore 120 + 1 = 121$

9. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

10. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$810 = 9 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 90$$

11. 1부터 150까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 70 개

▷ 정답 : 70 개

해설

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 50개
1부터 150까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 30개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 10개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $50 + 30 - 10 = 70$

12. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

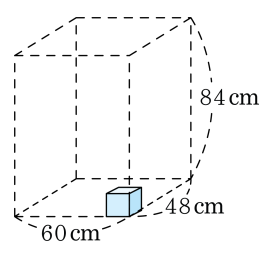
▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

13. 같은 크기의 정육면체 블록을 빈틈없이 쌓아서 가로 길이 60 cm, 세로 길이 48 cm, 높이 84 cm 인 직육면체가 되도록 하려 한다. 되도록 큰 정육면체 블록으로 쌓을 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

쌓으려고 하는 정육면체의 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 정육면체로 쌓는다고 했으므로 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \ 60 \ 84} \\ 2 \overline{) 24 \ 30 \ 42} \\ 3 \overline{) 12 \ 15 \ 21} \\ \underline{4 \quad 5 \quad 7} \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

14. 가로와 세로의 길이가 각각 200cm, 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남은 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$

15. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1=24$, $37-1=36$, $61-1=60$ 의 공약수이다. 따라서 구하고자 하는 수는 24,36,60 의 최대공약수의 약수와 같다.

2) 24 36 60

2) 12 18 30

3) 6 9 15

2 3 5

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 1,2,3,4,6,12 가 될 수 있다.

16. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 둘 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가?

① 30 분 ② 50 분 ③ 60 분 ④ 80 분 ⑤ 90 분

해설

15 와 18 의 최소공배수는 90 이므로 두 사람은 90 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

17. 세 사람 A, B, C 가 있다. A 는 11 일 동안 일하고 1 일을 쉬고, B 는 13 일 동안 일하고 2 일을 쉬며, C 는 15 일 동안 일하고 3 일을 쉰다. 세 사람이 동시에 일을 시작했을 때, 다시 다음에 동시에 일하는 날은 며칠 후인가?

- ① 90일 후 ② 180일 후 ③ 300일 후
④ 360일 후 ⑤ 420일 후

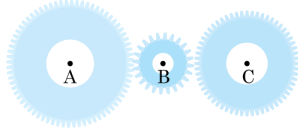
해설

$$A : 12 = 2^2 \times 3, B : 15 = 3 \times 5, C : 18 = 2 \times 3^2$$

12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.

180일 후에 세 사람 A, B, C 가 다시 동시에 일을 시작한다.

18. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A, B, C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \quad 24 \quad 60 \\ 2 \overline{) 36} \quad 12 \quad 30 \\ 3 \overline{) 18} \quad 6 \quad 15 \\ 2 \overline{) 6} \quad 2 \quad 5 \\ \quad 3 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

72, 24, 60 의 최소공배수는360 이므로

$$C \text{ 는 } \frac{360}{60} = 6 \text{ (바퀴) 돌아야 한다.}$$

∴ 6 바퀴

19. 가로와 길이가 4cm , 세로와 길이가 6cm , 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

20. 가로 길이가 18cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 15cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 정육면체를 만들려고 할 때, 최소 몇 개의 벽돌이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 1800 개

해설

18, 12, 15의 최소공배수가 180이므로
필요한 벽돌의 개수는
 $(180 \div 18) \times (180 \div 12) \times (180 \div 15)$
 $= 10 \times 15 \times 12 = 1800$ (개) 이다.

21. 두 자연수 8 과 10 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

해설

8 과 10 의 공배수에 7 을 더한 수를 구한다.

8 과 10 의 최소공배수 : $2 \times 4 \times 5 = 40$

40 의 배수 : 40, 80, 120...

따라서, 구하는 두 자리 수는 $40 + 7 = 47$, $80 + 7 = 87$ 이다.

22. 21 과 27 중 어느 것으로 나누어도 5 가 남는 수 중에서 가장 큰 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 950

해설

21 과 27 의 최소공배수 : 189

$$189 \times 5 + 5 = 950$$

23. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 9, 최소공배수는 360 이고, $A+B = 117$ 일 때, $A-B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = 9a, B = 9b$ 라고 하면
(단, a, b 는 서로소, $a > b$)
최소공배수 $360 = 9 \times 40 = 9 \times a \times b$ 이다.
 $a \times b = 40$ 이고 $A > B$ 이므로
 $a = 40, b = 1$ 일 때 $A = 360, B = 9$,
 $a = 20, b = 2$ 일 때 $A = 180, B = 18$,
 $a = 10, b = 4$ 일 때 $A = 90, B = 36$,
 $a = 8, b = 5$ 일 때 $A = 72, B = 45$,
 $A + B = 117$ 이므로 $A = 72, B = 45$ 이다.
 $\therefore A - B = 27$

24. 두 자연수 A, B 에 대하여 두 수의 최대공약수를 $A \bullet B$, 두 수의 최소공배수를 $A * B$ 로 나타낼 때, $(80 \bullet 144) * (36 \bullet 126)$ 의 값을 구하면?

① 122 ② 138 ③ 144 ④ 152 ⑤ 164

해설

$$\begin{aligned}80 &= 2^4 \times 5, \quad 144 = 2^4 \times 3^2, \\80 \bullet 144 &= 2^4, \\36 &= 2^2 \times 3^2, \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7, \\36 \bullet 126 &= 2 \times 3^2, \\(2^4) * (2 \times 3^2) &= 2^4 \times 3^2 = 144\end{aligned}$$

25. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

26. 두 분수 $\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

27. 두 분수 $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6 과 10 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 30 이다.
따라서 100 이하의 자연수이므로 30, 60, 90 이고 3 개이다.

28. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기 자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14 개

해설

잘 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,

$$98 = x \times \square, 84 = x \times \Delta$$

 x 는 98 과 84 의 최대공약수

$$98 = 7^2 \times 2, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2 \times 7 = 14(\text{개})$$

29. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과는 23개이다.

30. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.