

1. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠

$\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{6}$
- ㉡

$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$
- ㉢

$\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$
- ㉤

$\frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$
- ㉥

$\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$
- ㉦

$\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$

- ①

㉠,㉡
- ②

㉢,㉤
- ③

㉠,㉤,㉥
- ④

㉤,㉦
- ⑤

㉠,㉡,㉢,㉤,㉥,㉦

해설

- ㉠

$\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$
- ㉡

$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$
- ㉢

$\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$
- ㉤

$\frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$
- ㉥

$\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$
- ㉦

$\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$

2. 복소수 $z = (1 + i)x^2 + x - (2 + i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -1
- ② 1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 2

해설

복소수 z 를 $a + bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 정리하면
 $z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$
이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.
즉, $x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$
한편, $x = 1$ 이면 $z = 0 + 0i = 0$ 이므로
 $z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.
 $\therefore x = -1$

3. 복소수 $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$(\text{준식}) = (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow \text{순허수}$$

$$\text{즉, } a^2 + 3a + 2 = 0$$

$$a^2 + 2a \neq 0 \text{ 이므로 } \therefore a = -1$$

4. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{1}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$

5. $(3 + 4i)^5(15 - 20i)^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 5^7 ② 5^{10} ③ 5^{12} ④ 5^{15} ⑤ 5^{20}

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 5^5(3 + 4i)^5(3 - 4i)^5 \\&= 5^5\{(3 + 4i)(3 - 4i)\}^5 \\&= 5^5(5^2)^5 \\&= 5^{15}\end{aligned}$$

6. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 를 간단히 하면?

① $-2i$

② $2i$

③ $1+i$

④ $1-i$

⑤ i

해설

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = i, \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i \text{ 고 } i^4 = 1$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$

$$= i^{2004} + (-i)^{2005}$$

$$= i^{4 \times 501} + (-i)^{4 \times 501} \times (-i)$$

$$= 1 + (-i)$$

$$= 1 - i$$

7. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{2005}$ 의 값은?

- ① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned} &1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \cdots + A^{2005} \\ &= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \cdots + (-i) \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

8. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^3 - y^3$ 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{2}i$

② $-2\sqrt{2}i$

③ $\sqrt{2}i$

④ $-\sqrt{2}i$

⑤ $2i$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$x - y = 2\sqrt{2}i, xy = (1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) = 3$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (2\sqrt{2}i)^3 + 3 \cdot 3 \cdot (2\sqrt{2}i) \\ &= -16\sqrt{2}i + 18\sqrt{2}i \\ &= 2\sqrt{2}i \end{aligned}$$

9. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -2

④ 3

⑤ -4

해설

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{1 - (-3)}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{xy} \\ &= -2\end{aligned}$$

10. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $z + \bar{z}$ 는 실수이다. ② $z = \bar{z}$ 이면 z 는 실수이다.
③ $z\bar{z} = 1$ 이면 $z^2 = 1$ 이다. ④ $z\bar{z} = 0$ 이면 $z = 0$ 이다.
⑤ $z\bar{z}$ 는 실수이다.

해설

복소수 z 와 그의 켤레복소수를 각각

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$ (a, b 는 실수) 라 하면

① $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (참)

② $z = \bar{z} \Leftrightarrow a + bi = a - bi$
 $\Leftrightarrow 2bi = 0$
 $\Leftrightarrow b = 0$ (참)

③ $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \neq 1$ (거짓)
(반례) $a = 0, b = 1$ 일 때, $z^2 = -1$

④ $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0, b = 0$ (참)

⑤ $z\bar{z} = a^2 + b^2$ (참)

11. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 10

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\ &= \alpha(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) + \beta(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)\overline{(\alpha + \beta)} \\ &= (-1 - i)(-1 + i) \\ &= 2 \end{aligned}$$

12. $z^2 = \sqrt{5} + i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$z = x + yi$ (x, y 는 실수)로 놓으면 $(x + yi)^2 = \sqrt{5} + i$
 $x^2 - y^2 + 2xyi = \sqrt{5} + i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $x^2 - y^2 = \sqrt{5}, 2xy = 1$
 $z\bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$ 이므로
 $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 = (\sqrt{5})^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$
 $x^2 + y^2 > 0$ 이므로 $x^2 + y^2 = \sqrt{6}$
 $\therefore z\bar{z} = \sqrt{6}$

해설

$z^2 = \sqrt{5} + i, \bar{z}^2 = \sqrt{5} - i$
 $z^2\bar{z}^2 = (\sqrt{5} + i)(\sqrt{5} - i) = 6$
 $z\bar{z} = \pm\sqrt{6}$
 $z\bar{z} \geq 0$ 이므로 $z\bar{z} = \sqrt{6}$

13. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}i}{2}$ 에 대하여 복소수 $w = \frac{z+1}{3z-2}$ 일 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} z + \bar{z} &= 1, \quad z\bar{z} = 2 \\ w\bar{w} &= \frac{z+1}{3z-2} \times \frac{\bar{z}+1}{3\bar{z}-2} \\ &= \frac{z\bar{z} + (z + \bar{z}) + 1}{9z\bar{z} - 6(z + \bar{z}) + 4} \\ &= \frac{2 + 1 + 1}{18 - 6 + 4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1 \end{aligned}$$

14. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $(1+i)z-2\bar{z}=5-3i$ 를 만족하는 복소수 z 는? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2+i$ ④ $2-i$ ⑤ $1-2i$

해설

임의의 복소수 $z=a+bi, \bar{z}=a-bi$

$$(1+i)(a+bi)-2i(a-bi)=5-3i$$

$$a+bi+ai-b-2ai-2b=5-3i$$

$$(a-3b)+(-a+b)i=5-3i$$

$$\begin{cases} a-3b=5 \\ -a+b=-3 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $a=2, b=-1$

$$\therefore z=2-i$$

15. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2 + i$

② $2 - i$

③ $-2 + i$

④ $-4 + i$

⑤ $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left(\frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$

16. $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \dots + w^{100}$ 의 값은?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서} \\
 w^2 &= \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4} \\
 &= \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\
 w^3 &= w \cdot w^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 - 3i^2}{4} = 1 \\
 1 + w + w^2 &= 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = 0 \text{ 이므로} \\
 \therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{100} \\
 &= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \dots \\
 &\quad + w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w) \\
 &= 0 + 0 + \dots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w) \\
 &= 1 + w = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}
 \end{aligned}$$

17. 다음 식에서 등호가 처음 잘못 사용된 부분을 고르면?

$$i = \sqrt{-1} = \sqrt{\frac{1}{-1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{i} = \frac{i^2}{i} = -i$$

- ① $\sqrt{-1} = \sqrt{\frac{1}{-1}}$

② $\sqrt{\frac{1}{-1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}}$

③ $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{i}$
- ④ $\frac{1}{i} = \frac{i^2}{i}$

⑤ $\frac{i^2}{i} = -i$

해설

$a > 0, b < 0$ 일 때 $\sqrt{\frac{a}{b}} \neq \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

예를들면, $i = \sqrt{\frac{1}{-1}} \neq \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = -i$

18. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}, |a+b| > |c|$ 인 a, b, c 에 대하여

$\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$ 의 값은?

- ① $2a$ ② $2b$ ③ $-2c$ ④ $-2a$ ⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \leq 0, b \leq 0$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0, c \geq 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore a+b+c < 0$

$\therefore$ (주어진 식) $= |a+b+c| - |a+b| - |c|$
 $= -(a+b+c) + (a+b) - c$
 $= -2c$

19. $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{a+1}{a}}$ 일 때, $|a-1| + |a| + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① $-a+2$

② $-a$

③ 2

④ a

⑤ $a-2$

해설

$a+1 \geq 0, a < 0 \Rightarrow -1 \leq a < 0$
 $\therefore (\text{준식}) = -(a-1) - (a) + (a+1)$
 $= -a+2$

20. $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 z 라 한다. $p = \frac{1+z}{3-z}$ 일 때, $7p \cdot \bar{p}$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 근이 $z, \bar{z}$ 이므로

$$z + \bar{z} = 1, z\bar{z} = 1$$

$$\begin{aligned} 7p \cdot \bar{p} &= 7 \left(\frac{1+z}{3-z} \right) \left(\frac{\overline{1+z}}{\overline{3-z}} \right) \\ &= 7 \left(\frac{1+z}{3-z} \right) \left(\frac{1+\bar{z}}{3-\bar{z}} \right) \\ &= 7 \left\{ \frac{1+(z+\bar{z})+z \cdot \bar{z}}{9-3(z+\bar{z})+z \cdot \bar{z}} \right\} \\ &= 3 \end{aligned}$$