**1.** 원 $x^2+y^2-4x+6y-1=0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 $(1,\ 2)$ 를 지나는 원의 반지름을 $r$ 이라 할 때, $r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 26

해설

준 식에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=14$ 이므로
중심은 $(2,\ -3)$ 이다.
구하는 원의 반지름을 $r$라 하면
$(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$ 이고,
이 원이 점 $(1,\ 2)$ 를 지나므로
$(1-2)^2+(2+3)^2=r^2$
$\therefore r^2=26$

**2.** 두 원 $(x+1)^2+y^2=1$, $x^2+y^2-6x-6y+2=0$ 의 공통접선의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

**해설**

$(x+1)^2+y^2=1$ 에서 이 원의 중심을 $C_1$ 이라
하면 점 $C_1$ 의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이고
반지름의 길이는 1 이다.
$x^2+y^2-6x-6y+2=0$ 에서
$(x-3)^2+(y-3)^2=16$ 이므로
이 원의 중심을 $C_2$ 이라 하면
점 $C_2$ 의 좌표는 $(3,\ 3)$ 이고
반지름의 길이는 4 이다.
$\overline{C_1C_2}=5$ 이고
두 원의 반지름의 길이는 $1,\ 4$ 이므로
두 원은 서로 외접하게 된다.
따라서 공통접선은 3 개이다.

**3.** 직선 $(a+2)x+(a-1)y-3=0$ 이 원 $2x^2+2y^2-4x+8y+3=0$ 의 넓이를 이등분할 때, $a$ 의 값은?

① $-1$  ② $0$  ③ $1$  ④ $2$  ⑤ $3$

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

$2x^2+2y^2-4x+8y+3=0$

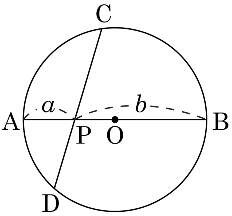
$2(x-1)^2+2(y+2)^2=7$

$(x-1)^2+(y+2)^2=\dfrac{7}{2}$

따라서 원의 중심 $(1,-2)$ 가 직선 위에 있으므로 $(a+2)\times 1+(a-1)\times(-2)-3=0$

$\therefore\ a=1$

**4.** 다음 그림과 같이 원의 지름 AB 위의 임의의 한 점 P 를 지나 $\overline{\mathrm{PC}}$의 길이가 원의 반지름의 길이와 같아지도록 현 CD 를 긋는다. $\overline{\mathrm{AP}}=a$, $\overline{\mathrm{BP}}=b$ 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 $a$, $b$ 를 써서 나타내면?




① $\dfrac{a+b}{2}$ ② $a+b$ ③ $\sqrt{ab}$

④ $ab$ ⑤ $\dfrac{2ab}{a+b}$

해설

$\overline{\mathrm{CP}}=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{2}=\dfrac{a+b}{2}$ 이고

$\overline{\mathrm{AP}}\cdot\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{CP}}\cdot\overline{\mathrm{DP}}$ 이므로

$ab=\dfrac{a+b}{2}\cdot\overline{\mathrm{DP}}$

$\therefore \overline{\mathrm{DP}}=\dfrac{2ab}{a+b}$

**5.** $(k,\ 0)$에서 $x^2+y^2-2y=0$에 그은 두 접선이 이루는 각의 크기가 $45°$일 때, 양수 $k$의 값을 구하면?

① $k=-\sqrt{2}+1$ ② $k=\sqrt{2}+1$ ③ $k=\sqrt{2}-1$

④ $k=2\sqrt{2}+1$ ⑤ $k=\sqrt{2}+2$

해설

$x^2+y^2-2y=0$에서 $x^2+(y-1)^2=1$이므로

두 접선 중 하나는 $x$축이고,

두 접선이 이루는 각의 크기가 $45°$이므로

다른 하나의 접선의 기울기는 $-1$이다. $(\because\ k>0)$

따라서 접선의 방정식을 $y=-x+b$로 놓으면 $x+y-b=0$

이 때, 원의 중심 $(0,1)$에서 이 직선까지의 거리가

원의 반지름과 같으므로

$$\frac{|0+1-b|}{\sqrt{1^2+1^2}}=1$$

$\therefore |1-b|=\sqrt{2}$

$b>1$이므로 $b-1=\sqrt{2}$

$\therefore b=\sqrt{2}+1$

따라서 접선의 방정식은 $y=-x+\sqrt{2}+1$이고

점 $(k,0)$을 지나므로

$0=-k+\sqrt{2}+1$ $\quad\therefore k=\sqrt{2}+1$