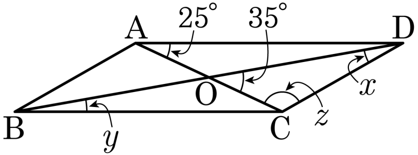
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

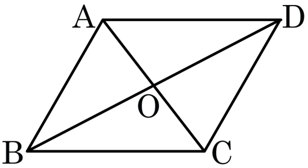


① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35° - 25° = 10°$, $\angle ADB = \angle DBC = 10° = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180° - 35° = 145°$ 이다.
따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145° - 10° = 135°$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,

$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO

④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

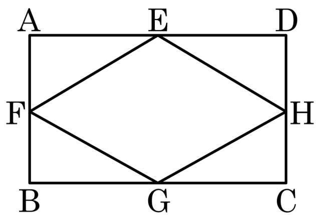
△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로

△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

3. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 [ㄱ] 임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄴ에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ ([ㄴ] 합동)
$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 [ㄱ] 이다.

① ㄱ : 마름모, ㄴ : SAS

② ㄱ : 마름모, ㄴ : ASA

③ ㄱ : 마름모, ㄴ : SSS

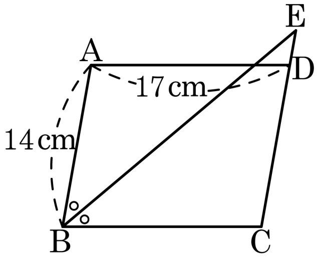
④ ㄱ : 평행사변형, ㄴ : SAS

⑤ ㄱ : 평행사변형, ㄴ : ASA

해설

$\triangle AEF$ 와 $\triangle BGF$ 를 보면 $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\angle A = \angle C = 90°$ 이므로 SAS 합동이다.
네 변의 길이가 모두 같으므로 □EFGH 는 마름모이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 14\text{cm}$, $\overline{AD} = 17\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 2cm　② 3cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

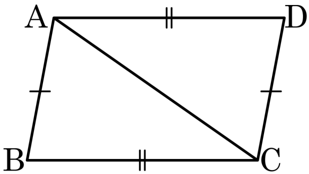
해설

$\angle ABE = \angle EBC = \angle BEC$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{CD} + \overline{DE}$ 이다.

$17 = 14 + \overline{DE}$

$\therefore \overline{DE} = 3(\text{cm})$

5. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



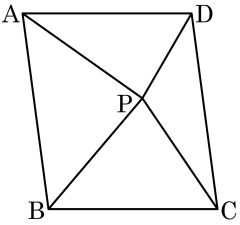
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A 와 점 C 를 이으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{\quad}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (SSS 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\overline{AB}$ // $\overline{DC}$ ⋯ ㉣
∠ACB = ∠CAD 이므로
$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$　② $\overline{BC}$　③ $\overline{DA}$　④ $\overline{AC}$　⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$ 는 공통

6. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 60 이고 $\triangle ABP$ 의 넓이가 20 일 때, $\triangle PCD$ 의 넓이는?



① 10 ② 20 ③ 30

④ 40 ⑤ 50

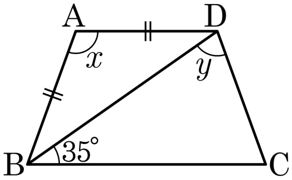
해설

$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$

$60 = 2 \times (20 + \triangle PCD)$

$\therefore \ \triangle PCD = 10$

7. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답: ________ °

▶ 답: ________ °

▷ 정답: $x = 110$ °

▷ 정답: $\angle y = 75$ °

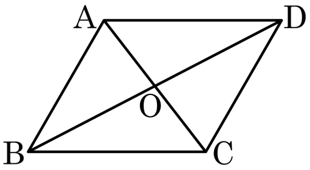
해설

$\angle ABD = \angle ADB = \angle DBC = 35°$

$x = 180° - 35° \times 2 = 110°$

$\angle y = 110° - 35° = 75°$

8. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



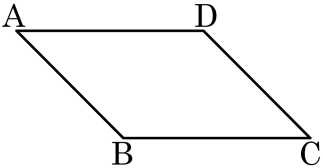
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$　② ㄴ : $\overline{CD}$　③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각　⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

9. 다음 □ABCD 에서 $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle C$ 를 구하여라.



▶ 답 : _°

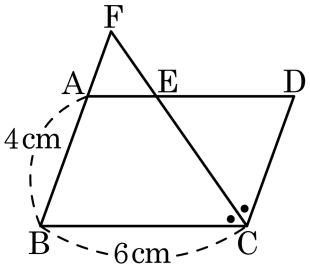
▷ 정답 : 45°

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 이므로 $4\angle A = 180°$ 이다.

따라서 $\angle C = \angle A = 45°$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 2 cm

해설

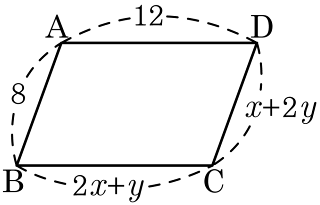
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$

$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$

$\therefore\ \overline{AF} = 2(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\dfrac{16}{3}$

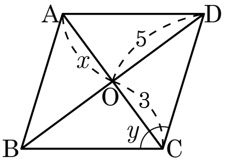
▷ 정답 : $y=\dfrac{4}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=12 \\ x+2y=8 \end{cases}$ 을 풀면,

$x=\dfrac{16}{3}$, $y=\dfrac{4}{3}$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73°$ 일 때, 옳지 않은 것은?



① $\angle y = 73°$ ② $x = 3$

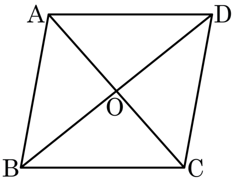
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ④ $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\angle D = 73°$

해설

① $180° - 73° = 107°$

13. 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하기 위하여 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$임을 보일 때, 이용되는 합동조건은?



① SSS 합동　　② SAS 합동

③ ASA 합동　　④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

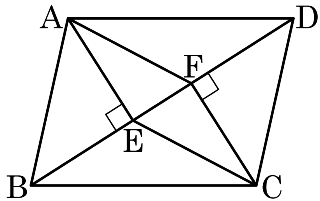
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 엇각의 크기가 같다.

$\angle ABD = \angle BDC, \angle BAC = \angle ACD$

$\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

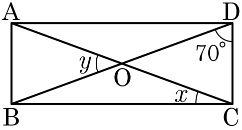
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$

$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

15. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 70°

해설

$\angle\mathrm{ODC} = \angle\mathrm{DCO} = 70°$, $\angle x + \angle\mathrm{DCO} = 90°$

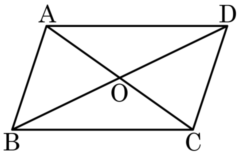
$\therefore\ \angle x = 90° - 70° = 20°$

$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{CBD} = 20°$

$\therefore \angle y = \angle x + \angle\mathrm{CBD} = 20° + 20° = 40°$

따라서 $\angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

16. 다음 그림은 □ABCD 가 평행사변형이라고 할 때, □ABCD 가 직사각형이 되기 위한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{OA} = \overline{OB}$　② $\overline{AC} \perp \overline{BD}$　③ $\overline{OC} = \overline{OD}$

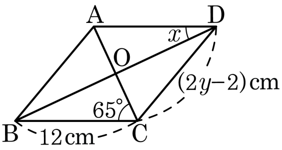
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$　⑤ $\angle A = 90°$

해설

①, ③한 내각이 직각이고 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

② 하지만 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 조건에 만족하지 않는다. (∵ 마름모)

17. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.

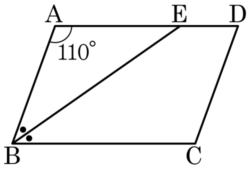
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.

마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.

따라서 $12 = 2y - 2$, $y = 7$이다.

$\therefore\ x - y = 25 - 7 = 18$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 145°

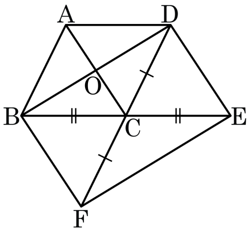
해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle ADC$ 의 넓이가 $7\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square BFED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

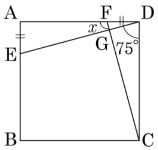
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 $\square BDEF$ 는 평행사변형이 된다.

$\triangle CBD$ 의 넓이는 $\square ABCD$ 의 $\dfrac{1}{2}$ 이므로 $\triangle ADC$ 의 넓이와 같다.

$\triangle CBD = 7\,\mathrm{cm}^2$, $\square BFED = 4 \times \triangle CBD$

$\therefore\ \square BFED = 4 \times 7 = 28\ (\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\overline{AE} = \overline{FD}$, $\angle CDG = 75°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** °

▷ **정답 :** 105°

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle DCF$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{FD}$ 이고 $\angle A = \angle D = 90°$ 이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle DCF$(SAS 합동)

$\angle EDA = \angle FCD = 15°$ 이다.

$\angle DEA = 75°$, $\angle EGF = \angle CGD = 180° - 15° - 75° = 90°$ 이므로

$\angle x = 360° - 90° - 90° - 75° = 105°$ 이다.