

1. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

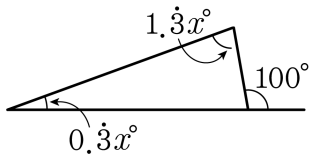
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

2. 다음 삼각형에서 x 의 값은?



① 50

② 60

③ 70

④ 80

⑤ 90

해설

삼각형의 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $0.3x^\circ + 1.3x^\circ = 100^\circ$ 가 된다.

$$0.3x + 1.3x = \frac{3}{9}x^\circ + \frac{12}{9}x^\circ = 100^\circ$$

$$\frac{15}{9}x^\circ = 100, 15x^\circ = 900^\circ$$

$$\therefore x = 60$$

3. 한자리 자연수 a, b, c 는 $a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가한다고 한다. 이 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 가 차례로 일정한 크기의 수만큼 증가하여 만들어진다고 할 때, a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = 8$

해설

$0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 에 대해 차례로 증가하는 일정한 크기의 수를 k 라고 하면,

$$k = \frac{10c + a}{99} - \frac{a}{9} = \frac{100 + b - 1}{99} - \frac{10c + a}{99} \text{ 이므로}$$

$$20c = 9a + b + 99 \cdots \textcircled{㉠}$$

$a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가하므로 $b = a + 1 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉡}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$20c = 9a + a + 1 + 99 = 10(a + 10)$$

$$2c = a + 10 \text{ 이고}$$

a, c 는 한자리 자연수이고 $c = a + 2$ 이므로, $a = 6, c = 8$ 따라서 $a = 6, b = 7, c = 8$ 이다.

4. 등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-14x} = 81^{3x+1}$ 이 성립하도록 x 값을 정할 때, 다음에서 x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

양변의 밑이 3 이 되도록 바꾸면,

$$(3^{-1})^{2-14x} = (3^4)^{3x+1}$$

$$3^{-2+14x} = 3^{12x+4}$$

이므로 $-2 + 14x = 12x + 4$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

5. $10^n = A$ 라 할 때, $5^n(2^{n+2} + 2^n)$ 을 A 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5A$

해설

$$\begin{aligned} 5^n(2^{n+2} + 2^n) &= 5^n(2^n \times 2^2 + 2^n) \\ &= 5^n(4 \times 2^n + 2^n) \\ &= 5^n(5 \times 2^n) \\ &= 5 \times 2^n \times 5^n \\ &= 5 \times (2 \times 5)^n \\ &= 5 \times 10^n \\ &= 5A \end{aligned}$$

6. 어떤 수 A 를 소수점 아래 둘째자리에서 반올림한 값이 1.2 일 때, $4A - \frac{1}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 값의 범위를 구하면

$(1.2 - 0.05) \leq A < (1.2 + 0.05)$ 에서

$1.15 \leq A < 1.25$

각 변에 4를 곱하면 $4.6 \leq 4A < 5$

각 변에 $\frac{1}{2}$ 을 빼면 $4.1 \leq 4A - \frac{1}{2} < 4.5$

따라서 $4A - \frac{1}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값은 4이다.

7. $\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}$ 일 때, $ax + 3 < 3a + x$ 의 해를 풀면?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x < -3$

④ $x > -3$

⑤ $x < 1$

해설

$$\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}, \quad 3(a-1) + 2a < 2 \quad \therefore a < 1$$

$$ax + 3 < 3a + x, \quad (a-1)x < 3a-3, \quad x > \frac{3(a-1)}{a-1} \quad \therefore x > 3$$

8. $ax < 2x - 15$ 의 해가 $x > 6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$ax < 2x - 15, ax - 2x < -15$$

$(a - 2)x < -15$ 의 해가 $x > 6$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로

$$a - 2 < 0 \quad \therefore a < 2$$

$(a - 2)x < -15$ 의 양변을 $a - 2$ 로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$$x > \frac{-15}{a - 2} \text{ 이고, 이 해가 } x > 6 \text{ 이므로}$$

$$\frac{-15}{a - 2} = 6, 6a - 12 = -15$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

9. 부등식 $(a-b)x - 2a > 4b$ 의 해가 $x < -10$ 일 때, 부등식 $(2a+3b)x + a - 5b < 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $x < \frac{9}{8}$

해설

$$(a-b)x > 2a + 4b$$

$$x < \frac{2a+4b}{a-b} = -10(a-b < 0)$$

$$2a + 4b = -10a + 10b$$

$$12a = 6b, 2a = b$$

$$a-b < 0 \text{ 에서 } -a < 0 \quad \therefore a > 0$$

$$(2a+6a)x < -a + 5 \times 2a$$

$$8ax < 9a$$

$$\therefore x < \frac{9}{8}$$

10. 역에서 기차를 기다리는데 출발 시간까지 2시간의 여유가 있다. 이 시간 동안 물건을 사려고 할 때, 걷는 속도는 시속 3km 이고, 물건을 구입하는데 10분이 걸린다고 하면, 역에서 몇 km 떨어진 곳까지 갔다 올 수 있지 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : $\frac{11}{4}$ km

해설

물건 파는 곳까지의 거리를 x 라 하면,

$$\frac{x}{3} \times 2 + \frac{1}{6} \leq 2,$$

$$4x + 1 \leq 12,$$

$$4x \leq 11$$

$$\therefore x \leq \frac{11}{4} (\text{km})$$

11. 연립방정식 $x+y = y-x-2 = 5$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x^2 + xy + y^2$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 21

④ 28

⑤ 31

해설

$$x + y = y - x - 2 = 5$$

연립하여 풀면 $x = -1, y = 6$

$$\therefore x^2 + xy + y^2 = 1 - 6 + 36 = 31$$

12. A 중학교 작년의 총 학생수는 1200 명이었다. 올해는 작년보다 남학생은 5% 증가하고, 여학생은 4% 감소하여 전체적으로 0.5% 증가하였다. 이 학교의 올해의 남학생 수는?

① 610 명

② 615 명

③ 620 명

④ 625 명

⑤ 630 명

해설

작년 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 0.05x - 0.04y = 0.005 \times 1200 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 600$, $y = 600$ 이다.

따라서 올해의 남학생 수는 $600 \times (1 + 0.05) = 630$ (명) 이다.

13. 배를 타고 4km 길이의 강을 강물이 흐르는 방향으로 가는데 10 분, 반대 방향으로 거슬러 올라가는 데 20 분이 걸렸다. 이 때, 강물이 흐르는 속력은?

① 9km/h

② 0.1km/h

③ 6km/h

④ 0.5km/h

⑤ 18km/h

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}y = 4 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore x = 18, y = 6$$

14. x 절편이 -1 , y 절편이 3 인 직선을 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동 한 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{6}$

해설

x 절편이 -1 , y 절편이 3 인 직선의 방정식을 구하면

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{3} = 1, y = 3x + 3$$

$y = 3x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동 시키면

$$y = 3x + 5$$

$y = 3x + 5$ 의 y 절편은 5 ,

$$x\text{절편은 } -\frac{5}{3}$$

$$\therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$$

15. 두 일차함수 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$, $y = ax + 6$ ($a > 0$)의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

교점의 x 좌표를 $-k$ 라 하면 ($k > 0$)

두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \left(6 - \frac{3}{2}\right) \times k = \frac{9}{2} \text{에서 } k = 2$$

즉, 두 직선은 $x = -2$ 에서 만난다.

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2} \text{에 } x = -2 \text{를 대입하면 } y = 3$$

즉, 교점의 좌표는 $(-2, 3)$ 이다.

이것을 $y = ax + 6$ 에 대입하면

$$3 = -2a + 6 \text{에서 } a = \frac{3}{2}$$

16. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프를 y 축으로 방향으로 -2 만큼 평행이동하였더니 직선이 $y = -3x + 8$ 의 그래프와 평행하고, 점 $(5, 2)$ 를 지나게 되었다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$y = ax + b - 2$$

$$a = -3 \text{ 이므로 } y = -3x + b - 2$$

$(5, 2)$ 를 대입하면

$$2 = -15 + b - 2, b = 19$$

$$\therefore a + b = 16$$

17. 일차함수 $ax - 5y + b = 0$ 의 그래프가 한 점 $(3, 3)$ 을 지나고 x 절편이 -2 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$ax - 5y + b = 0$ 이 두 점 $(3, 3)$, $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$3a - 15 + b = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-2a + b = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = 6$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 36 = 45$$

18. 거리가 5m 인 두 지점 A, B 를 꿀벌 한 마리가 1m/s 의 일정한 속도로 1 분 동안 왕복한다. 꿀벌이 A 에서 출발한 후, 이동한 시간을 x 초, x 초 후에 꿀벌과 A 지점 사이의 거리를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

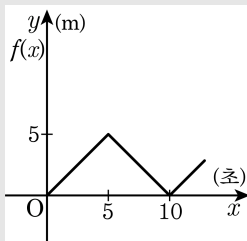
해설

벌이 A 지점에서 B 지점까지 가는 데는 $\frac{5}{1} = 5$ (초)가 걸린다.

즉, $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $f(x) = x$

또 5 초 후에는 B 지점에서 A 지점으로 이동하므로

$5 \leq x \leq 10$ 일 때, $f(x) = 5 - x$

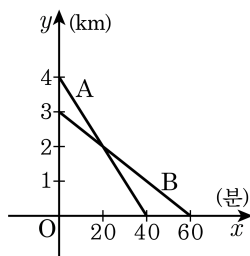


1 분 동안 왕복하므로 $0 \leq x \leq 60$ 일 때,

$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 5\right) \times 6 = 150$ 이다.

19. 다음 그래프는 두 사람 A, B가 각각 집에서 출발하여 학교로 갈 때, 이동한 시간 x 와 학교까지 남은 거리 y 를 나타낸 것이다. 만약 A가 원래 출발한 시각보다 t 분 늦게 출발한다면, B는 원래 출발한 시각보다 $f(t)$ 분 더 일찍 출발해야 A와 동시에 학교에 도착할 수 있다고 할 때, 함수 $f(t)$ 의 식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-t + 20$

해설

직선 A의 방정식 $\frac{x}{40} + \frac{y}{4} = 1$ 에서

$$y = -\frac{1}{10}x + 4 \cdots \text{㉠}$$

직선 B의 방정식 $\frac{x}{60} + \frac{y}{3} = 1$ 에서

$$y = -\frac{1}{20}x + 3 \cdots \text{㉡}$$

A가 원래 출발한 시간보다 t 분 늦게 출발하였으므로 ㉠에 x 대신 $x - t$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{10}(x - t) + 4 \cdots \text{㉢}$$

B가 원래 출발한 시간보다 $f(t)$ 분 빨리 출발하였으므로 ㉡에 x 대신 $x + f(t)$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{20}(x + f(t)) + 3 \cdots \text{㉣}$$

학교에 도착하는 시간이 같으므로 ㉢, ㉣의 x 절편이 같아야 한다.

㉢의 x 절편은 $40 + t$

㉣의 x 절편은 $60 - f(t)$

$$40 + t = 60 - f(t)$$

$$\therefore f(t) = -t + 20$$

20. 세 직선 $3x - y - 1 = 0$, $7x + ay - 4 = 0$, $5x + y - 15 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 & \dots \textcircled{\text{㉠}} \\ 5x + y - 15 = 0 & \dots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 5$

즉, 세 직선은 점 $(2, 5)$ 에서 만난다.

$7x + ay - 4 = 0$ 에 점 $(2, 5)$ 를 대입하면

$$14 + 5a - 4 = 0 \text{에서 } a = -2$$